

# 基于非线性模型的深水隔水管横向振动固有频率分析

郝逸<sup>1</sup>, 王文明<sup>1\*</sup>, 李皓冉<sup>1</sup>, 龚普<sup>1</sup>, 熊明皓<sup>2</sup>, 顾继俊<sup>1</sup>

1 中国石油大学(北京)机械与储运学院, 北京 102249

2 南京晨光集团有限责任公司地面设备设计研究所, 南京 210006

\* 通信作者, wangwenmingjob@qq.com

收稿日期: 2018-04-02

国家自然科学基金“深海悬链线管中管的载荷传递特性及接触作用机理研究”(51309237)资助

**摘要** 论文利用微元法建立了隔水管横向振动控制方程, 假设轴向力为线性变化得到了隔水管的非线性模型, 利用共振法获取隔水管固有频率, 采用有限差分法求解非线性模型。分析了隔水管长度、隔水管壁厚、顶部张紧力、钻井液与海水附加质量等因素对隔水管横向振动固有频率的影响, 结果表明: 隔水管长度增加时, 其固有频率减小; 随着隔水管壁厚增加, 其固有频率增大; 顶部张紧力越大, 隔水管固有频率越高, 可通过改变张紧力比来有效地改变系统固有特性; 计算时需考虑内部钻井液, 但钻井液密度对隔水管固有频率影响不大, 但附加质量对固有频率的影响较大, 必须考虑由海水引起的附加质量。研究内容为评估深水隔水管作业风险, 提供了重要理论依据。

**关键词** 深水隔水管, 横向振动, 固有频率, 共振, 微元法。

## 0 引言

隔水管是海洋钻修井作业的关键装备, 其长度长、柔度大, 易发生振动。随着作业深度增加, 海洋载荷复杂多变, 隔水管动力响应十分复杂, 严重时会发生共振导致作业事故<sup>[1-2]</sup>, 造成巨大的经济损失, 甚至对作业人员生命安全和海洋环境造成威胁。随着国家深水战略的提出, 对千米级隔水管作业要求愈发严格。因此, 对隔水管固有特性开展研究十分重要<sup>[3-6]</sup>。

国内外学者对隔水管固有频率进行了大量理论和实验研究。Sparks C P<sup>[7]</sup>研究了隔水管横向模态振动的物理特性, 提出了固有频率、节点和反节点位置、底部球绞的最大转角和隔水管最大弯曲位置的简化公式; 刘清友等分析了钻井液的流速、顶张力和隔水管结构参数等对固有频率的影响<sup>[8]</sup>; 畅元江等<sup>[9]</sup>基于能量守

恒定律提出了隔水管固有频率的简化计算公式, 其计算结果与相关文献<sup>[10]</sup>计算结果比较吻合; 郭海燕等<sup>[11]</sup>利用有限元方法研究了内部流体流速和顶张力对隔水管固有频率的影响, 结果表明内部流体流速越大, 固有频率越小; 韩春节等<sup>[12]</sup>采用微元法得到了隔水管数学模型, 并利用分离变量法求解; 邵卫东等<sup>[13]</sup>考虑浮体升沉及张紧环运动, 提出了计算深水顶张力立管固有频率的方法。以上对隔水管固有频率的研究, 忽略了隔水管轴向力沿长度的变化, 主要利用有限元软件或者通过实验确定隔水管的固有频率。

论文采用微元法建立了隔水管横向往振动力学模型, 考虑轴向力变化, 通过施加不同频率的外界激励引起隔水管系统共振, 从而获得隔水管系统固有频率, 利用有限差分法求解了隔水管非线性模型。基于隔水管非线性振动模型, 分析了隔水管的管长、壁

引用格式: 郝逸, 王文明, 李皓冉, 龚普, 熊明皓, 顾继俊. 基于非线性模型的深水隔水管横向振动固有频率分析. 石油科学通报, 2018, 03: 332-341

HAO Yi, WANG Wenming, LI Haoran, GONG Pu, XIONG Minghao, GU Jijun. Analysis of the natural frequency of transverse vibration of a deep water riser based on a nonlinear model. Petroleum Science Bulletin, 2018, 03: 332-341. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.03.030

厚、顶部张力、附加质量和钻井液对隔水管固有频率的影响。

## 1 隔水管力学模型的建立

### 1.1 隔水管系统模型

隔水管系统建立力学模型，如图 1 所示。以海底井口正上方的海平面为坐标原点  $o$ ， $z$  轴正方向指向海底，海洋载荷沿着  $x$  轴作用在隔水管上，隔水管上端通过上挠性接头与海上平台连接，隔水管下端通过下挠性接头连接在海底井口防喷器组。由于海洋载荷(海流、海浪等)的作用，平台一般小范围偏离井口正上方，从而引起隔水管弯曲变形。隔水管受力复杂，在建立隔水管数学模型之前做如下两点假设：

(1) 隔水管振动属于小变形问题；(2) 隔水管是由均质、各向同性、线弹性材料制成的，管径一致，抗弯刚度沿水深不变。

### 1.2 隔水管微元受力分析

将隔水管划分为  $n$  段微元，取任一微元段  $ds$  做受力分析如图 2 所示。其中，隔水管单位长度受到的浮重为  $F_w$ 、弯矩为  $M$ 、轴向力  $F_{rt}$ 、剪力  $F_{rs}$ 、海洋载荷  $F_{ws}$  和惯性力。

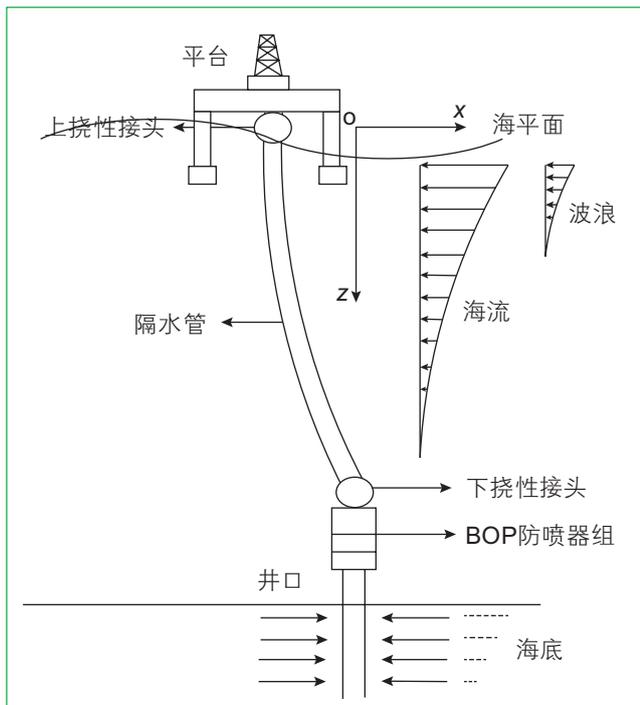


图 1 隔水管系统模型  
Fig. 1 The riser model

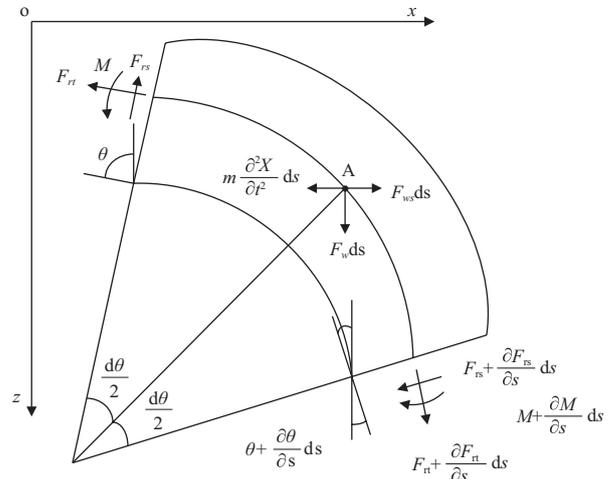


图 2 隔水管微元受力分析  
Fig. 2 Analysis of riser microelement

对  $x$  方向受力分析：

$$\begin{aligned}
 & -F_{rt} \sin \theta + \left( F_{rt} + \frac{\partial F_{rt}}{\partial s} ds \right) \sin \left( \theta + \frac{\partial \theta}{\partial s} ds \right) + \\
 & F_{rs} \cos \theta - \left( F_{rs} + \frac{\partial F_{rs}}{\partial s} ds \right) \cos \left( \theta + \frac{\partial \theta}{\partial s} ds \right) + \\
 & F_{ws} ds + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} ds = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

对  $z$  方向受力分析：

$$\begin{aligned}
 & -F_{rt} \cos \theta + \left( F_{rt} + \frac{\partial F_{rt}}{\partial s} ds \right) \cos \left( \theta + \frac{\partial \theta}{\partial s} ds \right) - \\
 & F_{rs} \sin \theta + \left( F_{rs} + \frac{\partial F_{rs}}{\partial s} ds \right) \sin \left( \theta + \frac{\partial \theta}{\partial s} ds \right) + \\
 & F_w ds = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

对 A 点取矩：

$$\begin{aligned}
 & M - \left( M + \frac{\partial M}{\partial s} ds \right) - F_{rs} R_\rho \sin \frac{d\theta}{2} - \\
 & \left( F_{rs} + \frac{\partial F_{rs}}{\partial s} ds \right) R_\rho \sin \frac{d\theta}{2} + F_{rt} R_\rho \left( 1 - \cos \frac{d\theta}{2} \right) - \\
 & - \left( F_{rt} + \frac{\partial F_{rt}}{\partial s} ds \right) R_\rho \left( 1 - \cos \frac{d\theta}{2} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

式中： $F_{rt}$  为隔水管微元段所受轴向力，N； $F_{rs}$  为隔水管微元段所受剪切力，N； $m=m_r+m_a+m_l$ ，分别表示单位长度隔水管的重量、单位长度附加水质量和单位长度钻井液的质量； $M$  是隔水管微元段所受弯矩，N·m； $F_w$  是单位长度隔水管的浮重，N； $F_{ws}$  为单位长度隔水管所受海洋载荷，N； $R_\rho$  为隔水管微元段的曲率半径；

$\theta$  是微元段横截面法线与  $z$  轴的夹角； $d\theta = -\frac{\partial \theta}{\partial s} ds$ ，

是微元段横截面法线与 $z$ 轴的夹角的变化量。

隔水管属于小变形, 因此假设:  $\theta = \frac{\partial x}{\partial z}$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos d\theta \approx 1$ ,  $\sin d\theta \approx d\theta$ 。式(1)~式(3)进行简化, 并忽略与 $dz$ 相乘的无穷小项得到:

$$\begin{cases} -\frac{\partial F_{rs}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}(F_{rt} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_{ws} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial F_{rt}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}(F_{rs} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_w = 0 \\ -\frac{\partial M}{\partial z} - F_{rs} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

假设隔水管为等截面梁, 则有:

$$M = -EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \quad (5)$$

式中:  $E$ 为材料的弹性模量, Pa;  $I$ 为截面惯性矩,  $m^4$ 。

将式(5)带入式(4)可得:

$$EI \frac{\partial^3 x}{\partial z^3} - F_{rs} = 0 \quad (6)$$

式(6)为剪力 and 弯矩关系, 带入式(4)得隔水管横向振动控制方程:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}(F_{rt} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_{ws} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial F_{rt}}{\partial z} + EI \frac{\partial}{\partial z}(\frac{\partial^3 x}{\partial z^3} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_w = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中已知量有: 抗弯刚度 $EI$ , 轴向力 $F_{rt}$ , 单位长度质量 $m$ , 海洋载荷 $F_{ws}$ , 单位长度浮重 $F_w$ , 任意一点的海洋深度 $z$ , 未知量为 $x$ 和 $F_{rt}$ 。

根据实际工况, 隔水管的顶端和底端为铰接, 则隔水管的转动刚度为0, 下端位移为0, 上端位移为常数, 可得边界条件如式(8)所示。

$$\begin{cases} x|_{z=0} = S, EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}|_{z=0} = 0 \\ x|_{z=H} = 0, EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}|_{z=H} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $S$ 为平台相对井口的水平偏移量,  $m$ 。

对隔水管横向振动的研究都是基于对(7)式的求解, 然而方程高度非线性, 无法直接表示轴向力 $F_{rt}$ 。国内外研究通常假设隔水管轴向力沿着海洋深度不变或者线性变化, 本文探讨采用非线性模型对该问题进行求解。

## 2 非线性模型求解

### 2.1 假设模型

(1)线性模型: 认为轴向力 $F_{rt}$ 为恒定不变, 隔水管任意位置的轴向力为整段隔水管浮重的1.2~1.6倍。顶张力系数取1.2, 因此隔水管横向振动控制方程变为下式:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}(F_{rt} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_{ws} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \\ F_{rt} = 1.2H \cdot F_w \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $H$ 为海洋深度。

(2)非线性模型: 考虑隔水管质量, 认为轴向力 $F_{rt}$ 随海洋深度线性变化, 隔水管顶部张紧力为整段隔水管浮重的1.2~1.6倍。因此隔水管横向振动控制方程变为式(10):

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}(F_{rt} \frac{\partial x}{\partial z}) + F_{ws} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \\ F_{rt} = F_0 - \int_0^z F_w dz \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $F_0$ 为隔水管顶部张紧力, 顶张力系数取1.2。

非线性模型的顶张力系数取1.2, 故轴向力为:  $F_{rt}(z,t) = 1.2HF_w - F_w z$ , 带入横向振动方程式得式(11)。

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - F_w(1.2H - z) \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} + F_w \frac{\partial x}{\partial z} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_{ws} \quad (11)$$

式(11)为非线性偏微分方程, 需采用数值解法求解。为求得固有频率, 假设对隔水管在沿管长方向均匀施加外部激励 $F_{ws}(z,t) = f_{ws} e^{i\omega t}$ , 选取不同的激励频率, 当隔水管的固有频率和外部激励频率相近时, 就会发生共振, 幅值会无限大, 确定隔水管的固有频率<sup>[13]</sup>。

假设立管的稳态振动形态为 $x(z,t) = \hat{x}(z,\omega) e^{i\omega t}$ , 将外部激励和振动形态带入式(11)将偏微分转化为常微分得:

$$EI \frac{d^4 \hat{x}}{dz^4} - F_{rt} \frac{d^2 \hat{x}}{dz^2} + F_w \frac{d\hat{x}}{dz} - m\omega^2 \hat{x} = f_{ws} \quad (12)$$

用中心差分公式代替微分<sup>[14]</sup>, 带入式(12), 得到离散化方程, 如式(13), 其中 $i=1,2,3 \dots n$ 。

$$2EI\hat{x}_{i+2} + A_i \hat{x}_{i+1} + B_i \hat{x}_i + C_i \hat{x}_{i-1} + 2EI\hat{x}_{i-2} = 2h^4 f_{ws} \quad (13)$$

其中:  $A_i = F_w h^3 - 2F_{rt} h^2 - 8EI$ ,  $B_i = 12EI + 4F_{rt} h^2 - 2h^2 m\omega^2$ ,  $C_i = -F_w h^3 - 2F_{rt} h^2 - 8EI$ 。

上式一共有 $n$ 个方程, 但是有 $x_{-1} \sim x_{n+2}$ 共 $n+4$ 个未

知数，为此引入4个边界条件，并对边界条件进行差分<sup>[15]</sup>，得4个附加方程：

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = S \\ \hat{x}_2 - 2\hat{x}_1 + \hat{x}_0 = 0 \\ \hat{x}_n = 0 \\ \hat{x}_{n+1} - 2\hat{x}_n + \hat{x}_{n-1} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

其中： $S$ 为浮体偏移， $m$ 。

式(13)与式(14)联合得到大型带状方程，利用Matlab软件编程求解。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2EI & A_1 & B_1 & C_1 & 2EI & 0 & 0 & 0 \\ \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 2EI & A_n & B_n & C_n & 2EI \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{-1} \\ x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ x_{n+1} \\ x_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ 0 \\ 2h^2 f_{ws} \\ 2h^2 f_{ws} \\ \vdots \\ 2h^2 f_{ws} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 2.2 算例

假设作业水深为1000 m，隔水管计算参数如表1所示。

非线性模型的固有频率通过共振法求解，通过对系统施加不同频率的外部激励，引发系统共振，间接求得固有频率。对整个隔水管施加0~2 rad/s的激励，隔水管在水下300 m、500 m和800 m 3个位置的位移如图3所示。

表1 算例参数  
Table 1 Examples parameters

名称	数值	单位	名称	数值	单位
隔水管总长	1000	m	水深	1000	m
隔水管外径	533	mm	海水密度	1030	kg/m <sup>3</sup>
隔水管壁厚	25.4	mm	钻井液密度	800	kg/m <sup>3</sup>
隔水管密度	7850	kg/m <sup>3</sup>	截面惯性矩	1.49 × 10 <sup>8</sup>	mm <sup>4</sup>
弹性模量	206	GPa			

图3横轴代表外界载荷激励频率的变化，纵轴表示振动位移。在图3中，隔水管在300 m、500 m和800 m的位移都在特定激励频率作用下同时达到无限大，这些特定激励频率引起了隔水管的共振，由图3可得非线性模型前十阶固有频率如表2所示。

### 2.3 非线性模型求解精度分析

为了验证非线性模型求解结果的准确性，利用有限元分析软件ABAQUS提取隔水管前十阶固有频率，其中隔水管选取B21梁单元，划分为1000个单元，隔水管底部 $x$ 、 $z$ 方向和顶部 $x$ 方向固定<sup>[18]</sup>，施加重力、浮力和顶张力，在频率提取分析步考虑附加质量，计算结果汇总在表3中。

为了对比非线性模型求解精度，与已有参考文献的求解结果公式进行对比。文献[16]给出固有频率计算简化公式如下，其前十阶计算结果见表3，

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2H\sqrt{m}} (\sqrt{T_l} + \sqrt{T_b}) \quad (16)$$

其中： $T_l$ 是隔水管顶端张紧力，N； $T_b$ 是隔水管底端张紧力，N。

文献[8]给出固有频率的简化计算公式如下，相比式(16)，考虑了抗弯刚度的影响，其前十阶计算结果见表3，

$$\omega_n = \sqrt{\frac{n^4 \pi^4 EI}{mH^4} + \frac{n^2 \pi^2}{4H^2 m} (\sqrt{T_l} + \sqrt{T_b})^2} \quad (17)$$

线性模型利用分离变量法即可求解<sup>[12]</sup>，其前十阶计算结果如表3所示。

采用不同计算方法得到的固有频率如图4所示。可以看出，非线性模型求解的固有频率整体小于线性模型，并且随着阶数升高，线性模型和非线性模型的差距越来越大。线性模型和非线性模型的一阶频率差0.060 rad/s，十阶频率差0.498 rad/s。原因在于线性模型假设隔水管各个位置轴向力为常数，没有考虑重力对轴向力的影响。

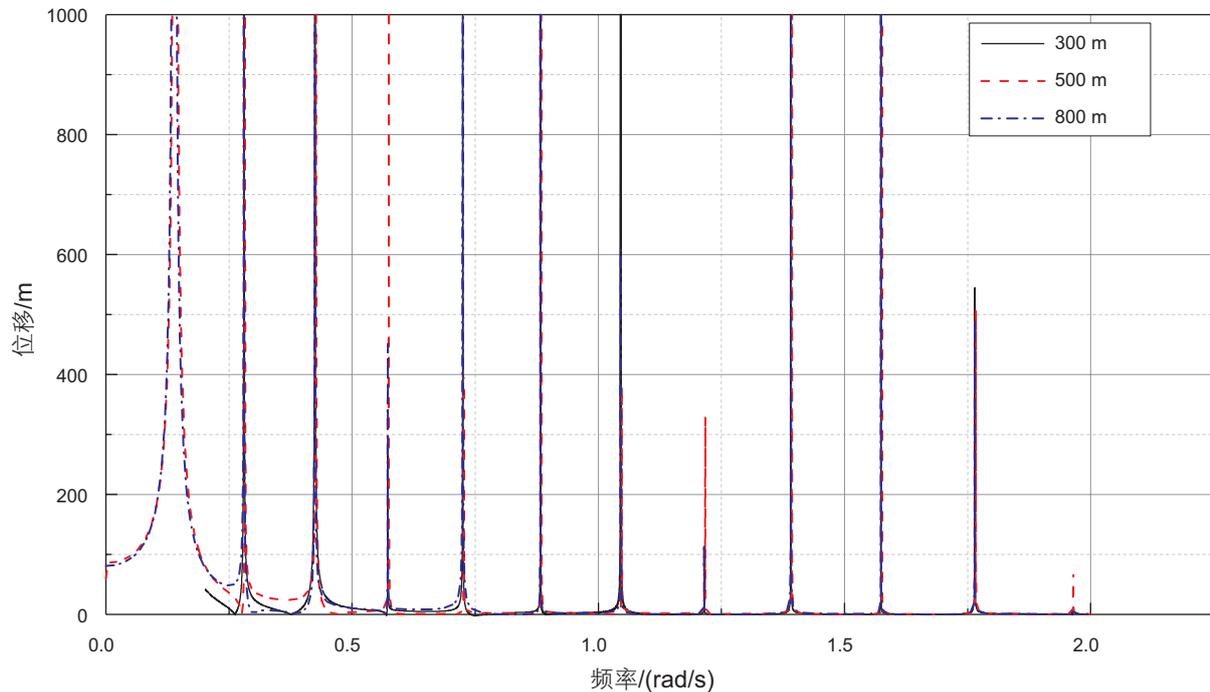


图3 不同位置的位移图

Fig. 3 Displacement in different positions

表2 非线性模型前十阶固有频率

Table 2 The natural frequency of nonlinear model

阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
非线性模型	0.1384	0.2804	0.4244	0.5724	0.7246	0.8822	1.0454	1.2150	1.3910	1.5740

表3 有限元仿真、线性模型、文献[16]、文献[8]计算的前十阶固有频率

Table 3 natural frequency by different methods

阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
有限元仿真	0.1396	0.2826	0.4280	0.5771	0.7308	0.8899	1.0547	1.2258	1.4037	1.5887
线性模型	0.1980	0.3967	0.5964	0.7979	1.0016	1.2081	1.418	1.6317	1.8498	2.0728
文献[16]	0.1393	0.2788	0.4181	0.5575	0.6969	0.8363	0.9756	1.1150	1.2544	1.3938
文献[8]	0.1395	0.2798	0.4218	0.5661	0.7136	0.8650	1.0211	1.1824	1.3497	1.5234

非线性模型与仿真结果相比, 频率差值很小, 虽然随着阶数升高, 两者频率差逐渐增大, 但十阶频率的差值也只有 0.0147 rad/s, 证明非线性模型计算结果准确性较高。

非线性模型与文献[16]在低阶固有频率的结果比较接近, 一阶频率差只有 0.0009 rad/s。但随着阶数升高, 差值明显增大, 十阶频率相差达到 0.1802 rad/s。非线性模型与文献[8]的差值较小, 十阶频率相差为 0.0506 rad/s, 可以看出非线性模型的求解精度更高。

综上所述, 非线性模型考虑轴向力的变化, 符合实际作业情况, 结果对比分析也证明, 非线性模型准确性较高。对隔水管的振动分析, 应优先采用非线性模型。

### 3 隔水管固有频率的影响因素

影响隔水管固有频率的因素有外在因素和内在因素, 外在因素主要是顶部张力、附加质量和钻井液; 内在因素主要是管长和壁厚。论文在探究各因

素对隔水管固有频率影响时，均以非线性模型进行计算。

### 3.1 顶张力对固有频率的影响

隔水管的长度、直径、壁厚和钻井液等因素假设不变，分析顶张力对固有频率的影响。隔水管顶部张力会影响隔水管的刚度，从而对固有频率产生较大影响。隔水管顶部张力一般为浮重的 1.2~1.6 倍，取浮重

的 1.2 倍、1.4 倍和 1.6 倍进行分析，计算结果如图 5 所示。

由图 5 可以看出，随着顶张力增大，隔水管各阶固有频率整体增大。针对海洋环境的复杂多变性，可通过调整隔水管顶部张紧力的大小改变系统特性<sup>[17]</sup>。

### 3.2 附加质量对固有频率的影响

海洋载荷会迫使隔水管振动，对管柱周围的流体

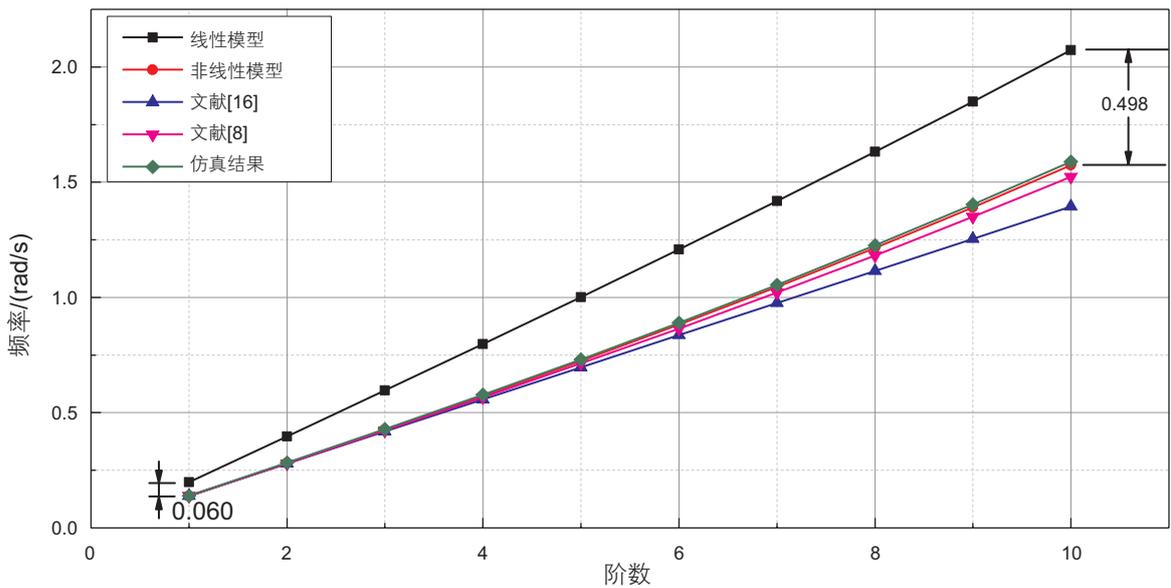


图 4 采用不同计算方法得到固有频率

Fig. 4 Using different methods to get the natural frequency

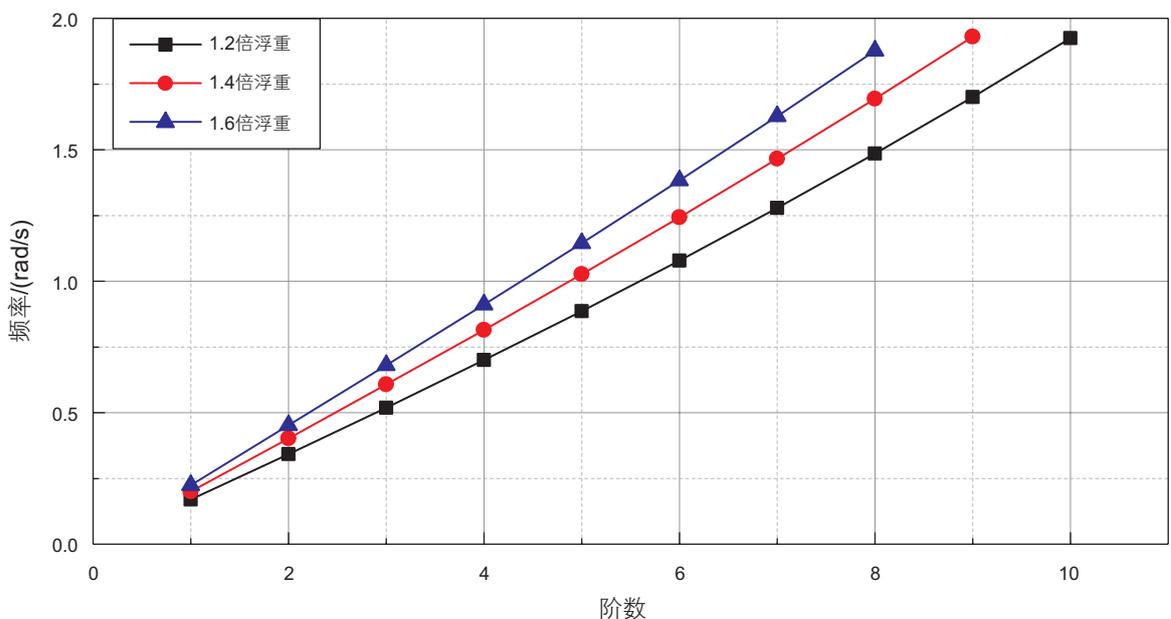


图 5 顶部张力对固有频率的影响

Fig. 5 The effect of top tension on natural frequency

做功,使管柱周围流体速度发生变化。计算时一般将其等效为附加质量,单位长度附加质量如式(18)所示。

$$m_a = \frac{\pi}{4} C_m \rho_w D^2 \quad (18)$$

式中:  $C_m$ 为附加质量系数,取1;  $D$ 为隔水管外径, m;  $\rho_w$ 为海水密度,  $\text{kg/m}^3$ 。

假设隔水管的长度、直径、壁厚、钻井液和顶部张紧力等因素不变,分析附加质量对固有频率的影响,计算结果如图6所示。

由图6可以看出。模型考虑海水作用时计算的频率要比不考虑海水作用的整体偏低,并且随着阶数升高其频率差值呈增大趋势,十阶频率的数值相差最大为0.351 rad/s。因此,计算时必须考虑由水动力引起的附加质量。

### 3.3 钻井液对固有频率的影响

隔水管作业时内部会充满钻井液,选取钻井液密度为  $800 \text{ kg/m}^3$ 、 $1000 \text{ kg/m}^3$ 、 $1200 \text{ kg/m}^3$  和不考虑钻井液4种情况。计算时不考虑钻井液的流动,假设隔水管的长度、直径、壁厚和顶部张紧力等因素不变,计算结果如图7所示。

由图7可以看出,与不考虑钻井液相比,考虑钻井液计算得到的固有频率明显偏大,但随钻井液密度增大,隔水管固有频率仅略微升高。对比不考虑钻井液与隔水管内部充满  $1000 \text{ kg/m}^3$  的钻井液,其十阶频率相差达  $0.7346 \text{ rad/s}$ 。因此,计算时需考虑钻井液的

影响。

### 3.4 隔水管管长对固有频率的影响

假设隔水管直径、壁厚、内部钻井液和顶部张紧力等因素不变,选取1000 m、1200 m和1500 m 3种管长。隔水管管长越长,隔水管柔度越大,计算结果如图8所示。

由图8可得,随着管长增大,隔水管频率整体降低,虽然在前三阶变化并不明显。但随着阶数升高,频率相差越来越大,长度1000 m和1500 m隔水管的十阶频率相差达到  $0.469 \text{ rad/s}$ 。

### 3.5 隔水管壁厚对固有频率的影响

从式(19)中可以看出,隔水管壁厚增加,会使得隔水管的截面惯性矩增大,从而影响结构的抗弯刚度,

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \quad (19)$$

式中:  $D$ 为隔水管外径, m,  $d$ 为隔水管内径, m。

为了探究壁厚对固有频率的影响,选取25.4 mm、31.8 mm和50.8 mm 3种壁厚,假设隔水管长度、直径、内部钻井液和顶张力等因素不变,计算结果如图9所示。

由图9可得,壁厚越大,各阶固有频率越高。虽然在前几阶变化不显著,但随着阶数升高,频率差值明显增大。壁厚25.4 mm和50.8 mm的隔水管在九阶频率差为  $0.247 \text{ rad/s}$ 。

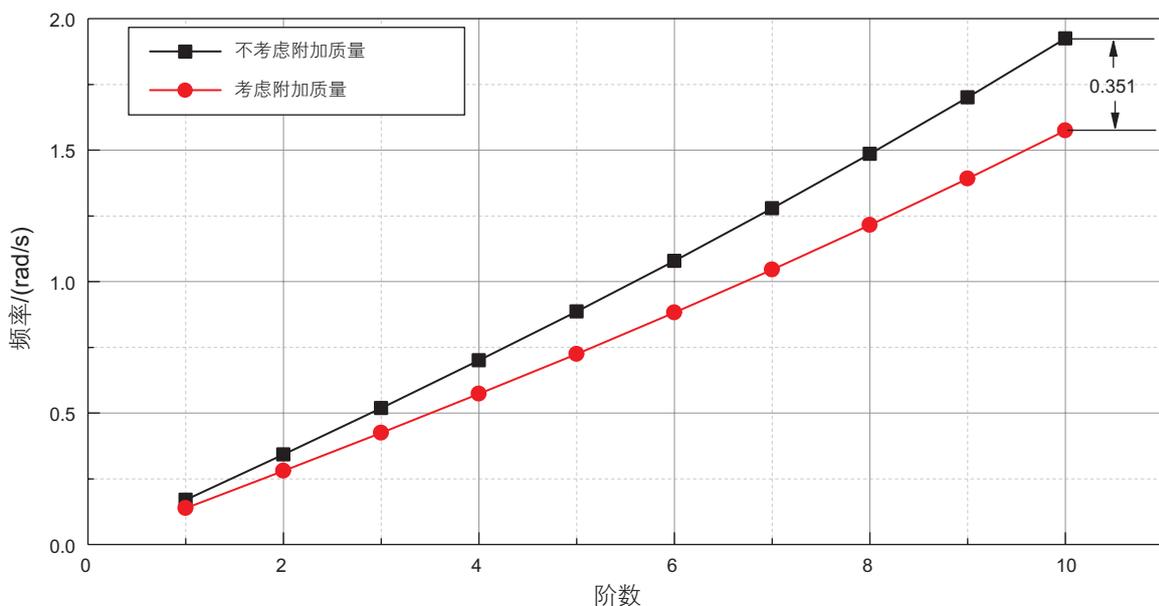


图6 附加质量对固有频率的影响

Fig. 6 The effect of additional mass on natural frequency

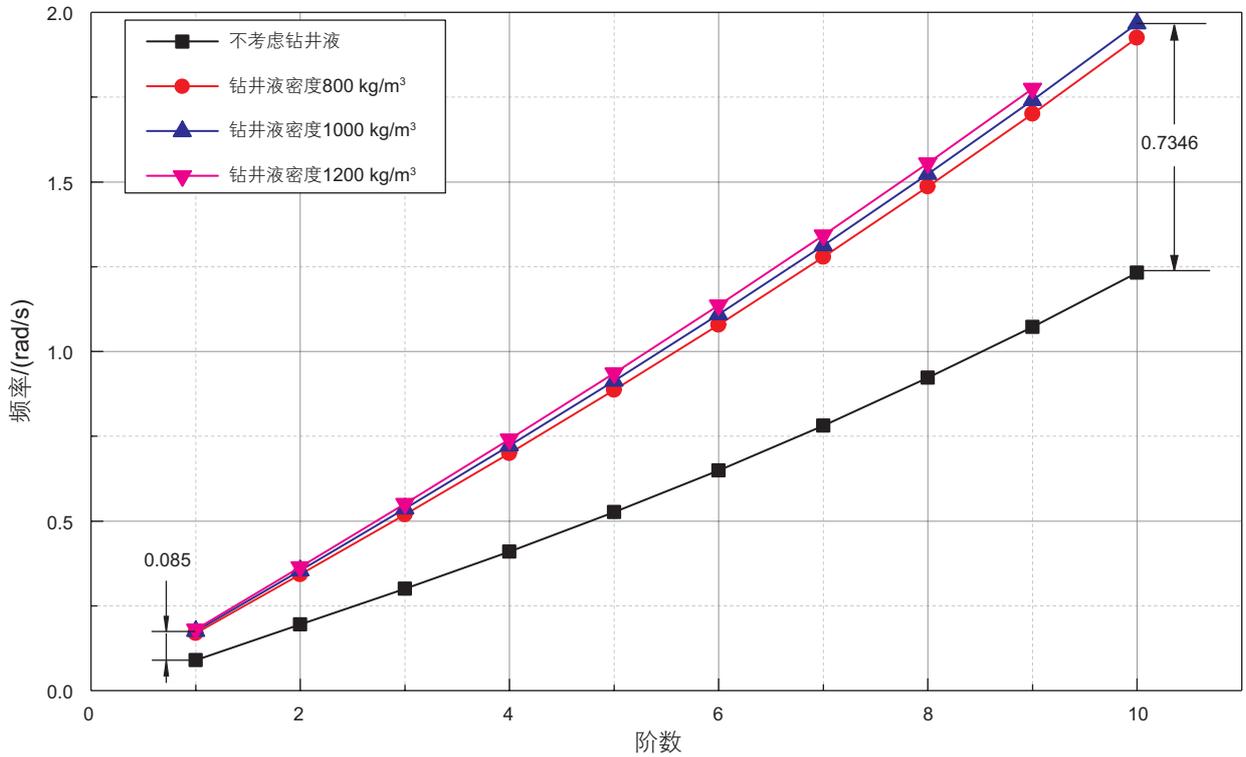


图 7 钻井液对固有频率的影响

Fig. 7 The effect of drilling fluid on natural frequency

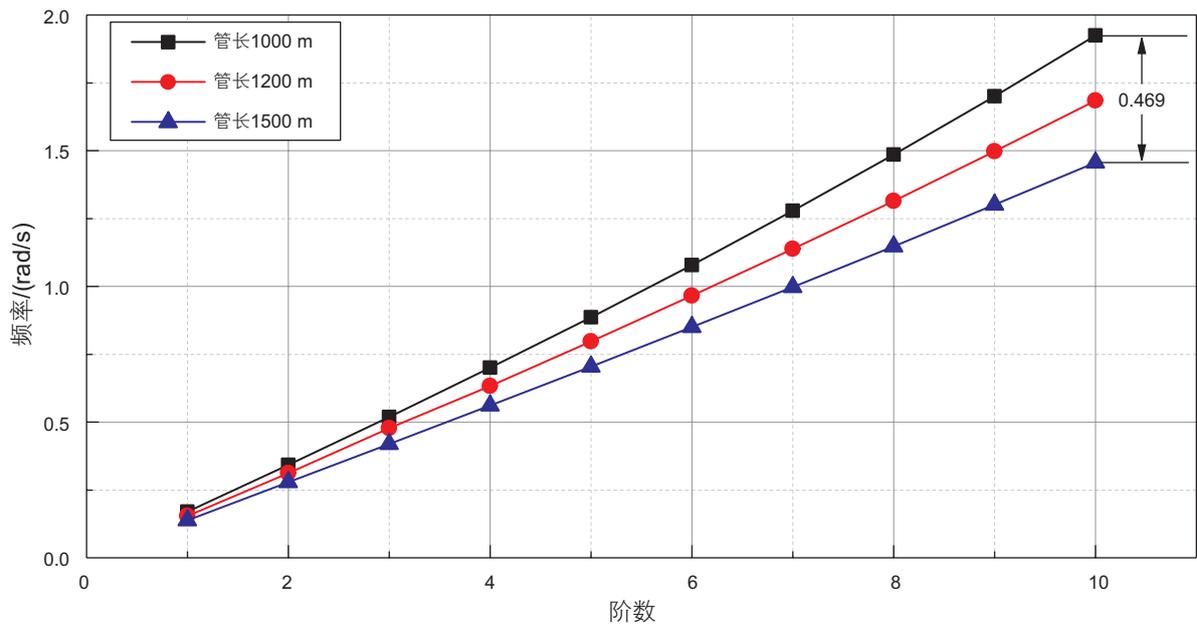


图 8 管长对固有频率的影响

Fig. 8 The effect of pipe length on natural frequency

#### 4 结论

通过以上分析，得到的结论如下：

- (1) 利用微元法构建了隔水管横向振动控制方程，假设隔水管轴向力沿着深度方向线性变化，得到了非线性模型，能够较真实地简化实际工况。
- (2) 利用共振法求解得到了隔水管的各阶固有频

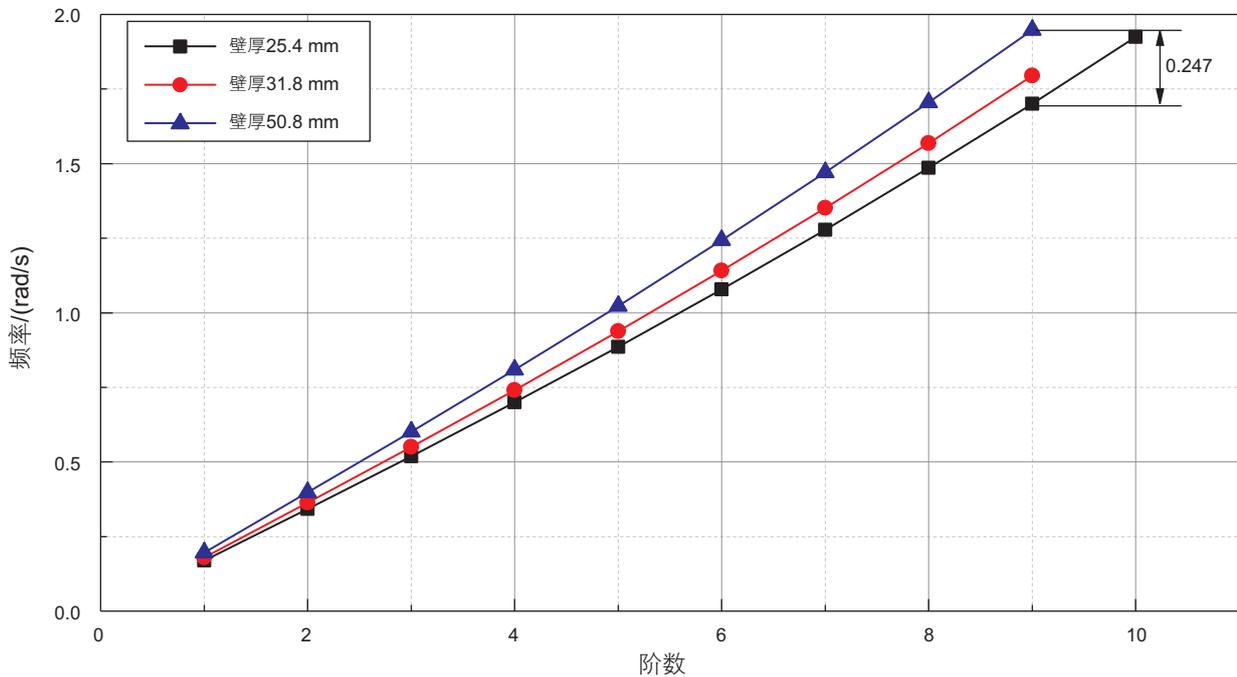


图9 壁厚对固有频率的影响

Fig. 9 The effect of wall thickness on natural frequency

率,与有限元仿真结果、参考文献结果、线性模型结果进行对比,验证了非线性模型的准确性。

(3)分析了隔水管管长、壁厚、顶部张力、钻井液和附加质量对固有频率的影响。随着隔水管壁厚和顶

部张力增加,隔水管固有频率增高;随着隔水管管长增大,隔水管固有频率降低;固有频率计算时需考虑附加质量和钻井液的影响,但钻井液密度大小对固有频率影响较小。

## 参考文献

- [1] 王文明,熊明皓,陈钱荣,等.深海垂直管中管载荷传递模拟分析[J].石油矿场机械,2015(3):1-5. [WANG W M, XIONG M H, CHEN Q R, et al. Simulation analysis of load transfer in deep sea pipe-in-pipe vertical system[J]. Oil Field Equipment, 2015(3): 1-5.]
- [2] 熊明皓,王文明,张仕民,等.垂直海洋立管中连续油管载荷传递影响因素分析[J].石油矿场机械,2014(12):13-17. [XIONG M H, WANG W M, ZHANG S M, et al. Research on the impacting factors of load transfer for coiled tubing within the marine vertical riser[J]. Oil Field Equipment, 2014(12): 13-17.]
- [3] THOROGOOD J L, TRAIN A S, ADAMS A J. Deep water riser system design and management[C]// IADC/SPE Drilling Conference. 1998.
- [4] DENISON E B, KOLPAK M M, GARRETT D L. A comprehensive approach to deepwater marine riser management[J]. Proc. Annu. Offshore Technol. Conf.; (United States), 1984, 2(5): 835-842.
- [5] BURKE B G. Analysis of marine risers for deep water[J]. Journal of Petroleum Technology, 1974, 26(4): 455-465.
- [6] WU M C, LOU J Y K. Effects of rigidity and internal flow on marine riser dynamics[J]. Applied Ocean Research, 1991, 13(5): 235-244.
- [7] SPARKS C P. Transverse modal vibrations of vertical tensioned risers. A simplified analytical approach[J]. Oil & Gas Science & Technology, 2002, 57(1): 71-86.
- [8] 刘清友,朱军凯,毛良杰.深水钻井工况下隔水管横向振动特性研究[J].西南石油大学学报(自然科学版),2016,38(5):1-8. [LIU Q Y, ZHU J K, MAO L J. Study of characteristics of lateral vibration of the riser in deepwater drilling condition[J]. Journal of Southwest Petroleum University (Science & Technology Edition), 2016, 38(5): 235-244.]
- [9] 畅元江,陈国明,许亮斌.海洋钻井隔水管固有频率的简化计算[J].中国海上油气,2005,17(5):352-355. [CHANG Y J, CHEN G M, XU L B. Simplified calculation of natural frequencies for marine drilling risers[J]. China Offshore Oil and Gas, 2005, 17(5): 352-355.]
- [10] SPANOS P T D, CHEN T W. Vibrations of marine riser systems[J]. Journal of Energy Resources Technology, 1980, 102(4): 203-213.

- [11] 郭海燕, 王树青, 吴纪宁, 等. Dynamic characteristics of marine risers conveying fluid[J]. 中国海洋工程(英文版), 2000, 14(2): 153–160. [GUO H Y, WANG S Q, WU J N, et al. Dynamic characteristics of marine risers conveying fluid[J]. China Ocean Engineering, 2000, 14(2): 153–160.]
- [12] 韩春杰, 陈明明, 闫铁. 深水环境下隔水管的横向自由振动分析[J]. 应用力学学报, 2012, 29(3): 341–344. [HAN C J, CHEN M M, YAN T. Study on lateral nature vibration of marine riser under deep water[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2012, 29(3): 341–344.]
- [13] 邵卫东, 唐友刚, 樊娟娟, 等. 考虑浮体升沉及张紧环运动深海立管固有振动特性研究[J]. 海洋工程, 2012, 30(2): 8–13. [SHAO W D, TANG Y G, FAN J J, et al. Study of natural vibration characteristics of deep-water riser considering heave motion of platform and tension-ring's motion[J]. The Ocean Engineering, 2012, 30(2): 8–13.]
- [14] 田鹏勇. 隔水管横向振动特性的仿真研究[D]. 燕山大学, 2014. [TIAN P Y. The simulation research of riser transverse vibration characteristics[D]. Yanshan University, 2014.]
- [15] 王鹏. 深水钻井隔水管系统动力响应及力学耦合行为[D]. 东北石油大学, 2014. [WANG P. Dynamic response and mechanical coupling behavior of deep water riser system[D]. Northeast Petroleum University, 2014.]
- [16] SENJANOVIC I, LJUSTINA A M, PARUNOV J. Natural vibration analysis of tensioned risers by segmentation method[J]. Oil & Gas Science & Technology, 2006, 61(5): 647–659.
- [17] 鞠少栋, 畅元江, 陈国明, 等. 超深水钻井作业隔水管顶张力确定方法[J]. 海洋工程, 2011, 29(1): 100–104. [JU S D, CHANG Y J, CHENG G M, et al. Determination methods for the top tension of ultradeepwater drilling risers[J]. The Ocean Engineering, 2011, 29(1): 100–104.]
- [18] ABAQUS inc. ABAQUS 6.11 analysis user's manual[S]. 2011

---

## Analysis of the natural frequency of transverse vibration of a deep water riser based on a nonlinear model

HAO Yi, WANG Wenming, LI Haoran, GONG Pu, XIONG Minghao, GU Jijun

1 College of Mechanical Engineering, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China

2 Nanjing Chengguang Group Corporation Ltd., Nanjing 210006, China

**Abstract** In this paper, the transverse vibration control equation of a riser is established by using the element method. Assuming the axial force changes linearly, a nonlinear riser model can be obtained. The model is solved by the method of finite difference. Then, the influence of various factors on the natural frequency of the riser is analyzed. The results show:- When the length of the riser increases, its natural frequency decreases; As the riser's wall thickness increases, the natural frequency increases; and that the greater the top tension is, the higher the natural frequency of the riser is, so changing the tension ratio can effectively avoid the resonance frequency; Drilling fluid should be considered in calculations, but its density has little effect on the natural frequency; The effect of additional mass on the natural frequency cannot be ignored. The research content provides an important theoretical basis for assessing risks of deep water riser operation.

**Keywords** riser; transverse vibration; natural frequency; resonance; microelement method

doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.03.030

(编辑 马桂霞)