

# 二维随机介质中的声波辐射传输蒙特卡洛数值模拟及应用

孟祥翠<sup>1,2\*</sup>, 王尚旭<sup>1,2</sup>, 唐跟阳<sup>1,2</sup>, 刘志远<sup>3</sup>

1 中国石油大学(北京)CNPC物探重点实验室, 北京 102249

2 中国石油大学(北京)油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249

3 中国石化石油勘探开发研究院, 北京 100083

\* 通信作者, mengxiangcui35105@163.com

收稿日期: 2016-11-23

国家重点基础研究发展计划项目(2013CB228600) 以及国家自然科学基金(41304042) 共同资助

**摘要** 为了模拟富含小尺度非均质体的勘探区内地震波能量的变化, 本文将天然地震中的辐射传输理论引入到地震勘探频段内, 给出了基于Born散射系数的二维声波辐射传输方程, 并介绍了蒙特卡洛数值模拟的思路。为了检验基于Born散射系数的声波辐射传输蒙特卡洛方法的正确性和实用性, 将辐射传输蒙特卡洛模拟的结果与声波方程有限差分模拟的结果进行对比。结果表明, 辐射传输蒙特卡洛模拟的结果与声波有限差分模拟的结果基本吻合。同时, 相比于声波方程有限差分数值模拟, 辐射传输蒙特卡洛模拟的计算成本远小于声波有限差分数值模拟。因此, 对于复杂的非均质储层, 辐射传输蒙特卡洛模拟是一种有效的地震散射波能量建模方法。而且, 对于物理模型实验观测到的地震散射波的数据, 我们采用基于辐射传输蒙特卡洛模拟的网格扫描方法来估算非均匀介质的统计参数—相关长度和扰动强度。计算结果与物理模型的真实值基本吻合, 表明辐射传输蒙特卡洛模拟可以被用来估算非均质储层的统计参数。

**关键词** Born 散射系数; 随机介质; 辐射传输理论; 蒙特卡洛模拟

## 0 引言

长期以来, 油气地震勘探都以层状介质模型为基础, 但是现在勘探开发的重点逐渐转向复杂的非均质储层, 例如复杂砂体构造区、碳酸盐岩孔洞区以及火山岩区。地质上常用基于数学统计理论的随机模型来描述该类非均质储层<sup>[1-3]</sup>。地震波在该类介质中传播时, 会发生多次散射, 产生Coda波(也叫地震尾波)。由于多次散射形成的Coda波的相位是随机的, 在传统的地震数据处理中, Coda波一般被视为噪声。但是, 研究表明散射波的包络(即散射波的能量)与随机介质属性密切相关<sup>[4-5]</sup>。可以利用散射波包络的变化, 来反

演随机介质的属性参量<sup>[6-9]</sup>, 例如非均质体的特征长度(表征非均质体大小)和扰动强度(表征非均质体速度变化程度)。因此, 准确地描述随机介质中的散射波能量的变化至关重要。

在天然地震中, 有很多理论来描述地震波能量在随机介质中的传播, 例如: 波动方程有限差分数值模拟法<sup>[10]</sup>, 扩散理论<sup>[11-12]</sup>, Markov近似法<sup>[13]</sup>等。目前, 最常用的是辐射传输理论, 辐射传输理论忽略散射波的相位信息, 考虑地震波能量在空间时间上的变化。辐射传输方程可以准确的从波动方程中推导出来。早期, 出于简便的考虑, 一般假设散射是各向同性的<sup>[14-15]</sup>, 在这种情况下, 可以直接得到解析解。但

引用格式: 孟祥翠, 王尚旭, 唐跟阳, 刘志远. 二维随机介质中的声波辐射传输蒙特卡洛数值模拟及应用. 石油科学通报, 2017, 02: 199-209  
MENG Xiangcui, WANG Shangxu, TANG Genyang, LIU Zhiyuan. Monte-Carlo radiative transfer simulation of acoustic waves in two-dimensional random media and it's application. Petroleum Science Bulletin, 2017, 02: 199-209. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2017.02.019

是,各向同性散射的假设,只能解释Coda的产生,不能准确的描述地震波脉冲展宽的现象;随后,引入了各向异性散射系数<sup>[16]</sup>。各向异性散射下的辐射传输方程无法得到解析解,一般采用蒙特卡洛数值模拟法来求解<sup>[17-19]</sup>。蒙特卡洛模拟法的引入,使辐射传输理论更加简便实用。

本文将天然地震中的辐射传输理论引入地震勘探频段。首先,介绍了基于Born散射系数的声波辐射传输方程以及蒙特卡洛数值模拟的基本思想。接着,给出地震勘探中常用的高斯随机模型和指数随机模型各自对应的4个例子,用辐射传输蒙特卡洛数值方法模拟地震波能量的变化。为了检验基于Born散射系数的声波辐射传输蒙特卡洛方法的正确性和实用性,将辐射传输蒙特卡洛模拟结果与声波方程有限差模拟结果进行对比。最后,采用基于辐射传输蒙特卡洛数值模拟的网格扫描方法,从物理模型实验采集到的地震散射数据来反演模型样品的统计参数。

## 1 声波辐射传输理论

### 1.1 随机介质

随机介质模型由大、小两种尺度的非均匀性组成。大尺度非均匀性描述介质的背景特性,用速度或密度的平均值表示;小尺度非均匀性则是加在背景模型上的随机扰动,用密度或速度的扰动表示。当随机过程是平稳的,随机介质可以通过速度扰动的自相关函数以及对应的功率谱密度函数来表征。常用的两种随机介质模型是高斯型随机模型和指数型随机模型。二维各向同性高斯型和指数型随机模型对应的自相关函数和功率谱密度函数分别是:

1) 二维高斯型随机模型

自相关函数:

$$R_G(x, y) = \varepsilon^2 \exp[-(x^2 + y^2) / a^2] \quad (1)$$

功率谱密度函数:

$$P_G(m) = \pi a^2 \varepsilon^2 \exp(-a^2 m^2 / 4) \quad (2)$$

其中,  $a$  是相关长度,  $\varepsilon$  是扰动强度,  $m$  是波数。

2) 二维指数型随机模型

自相关函数:

$$R_E(x, y) = \varepsilon^2 \exp[-\sqrt{(x^2 + y^2)} / a] \quad (3)$$

功率谱密度函数:

$$P_E(m) = \frac{4\pi a^2 \varepsilon^2}{(1 + a^2 m^2)^{3/2}} \quad (4)$$

为了减少独立的介质参数的个数,根据Birch法则,速度和密度扰动表示为:

$$\frac{\delta v}{v_0} = \nu \frac{\delta \rho}{\rho_0} \quad (5)$$

$v_0$  和  $\rho_0$  是平均速度和平均密度,  $\delta v$  和  $\delta \rho$  是速度和密度扰动,  $\nu = 0.8$ <sup>[20]</sup>。

### 1.2 声波辐射传输方程

辐射传输方程描述了地震波在随机介质中传播时其能量的变化规律,可以由波动方程严格推导出来<sup>[21-24]</sup>。二维声波辐射传输方程可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v_0} \frac{\partial}{\partial t} I + \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla I \\ & = -I / l_0(\hat{\mathbf{k}}, f) + \frac{1}{4\pi} \int g(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}', f) I d\hat{\mathbf{k}}' + s(\hat{\mathbf{k}}) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,单位波数  $\hat{\mathbf{k}}$  和  $\hat{\mathbf{k}}'$  分别是入射波和散射波的方向,是波的主频。 $I = I(t, x, \hat{\mathbf{k}})$  是在  $t$  时刻空间  $x$  处地震波的能量强度。 $g(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}', f)$  是散射系数,表示地震波散射能量在空间上的分布情况; $l_0(\hat{\mathbf{k}}, f) = 1/g^0(\hat{\mathbf{k}}, f)$  是散射自由程,其中  $g^0(\hat{\mathbf{k}}, f)$  是散射系数  $g(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}', f)$  在空间上的积分,也叫全散射系数。 $s(\hat{\mathbf{k}})$  是震源向外辐射的能量强度。方程(6)的物理意义很明显:方程左边是能量强度的导数;方程右边第一项是由于散射所损耗的能量,第二项是由于散射所获得的能量,第三项是震源的影响。

对于方程(6)中的散射系数,可选用从Born近似中导出的单散射系数<sup>[19]</sup>,二维情况下:

$$g(\theta) = k^3 P(2k \sin(\theta/2)) \quad (7)$$

其中,  $\theta$  是散射角度,  $k = 2\pi f / v_0$ 。

指数型随机模型对应的散射系数:

$$g_E(\theta) = k^3 \frac{4\pi a^2 \varepsilon^2}{(1 + a^2 (2k \sin(\theta/2))^2)^{3/2}} \quad (8)$$

高斯型随机模型对应的散射系数:

$$g_G(\theta) = k^3 \varepsilon^2 \pi a^2 \exp\left(-k^2 a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (9)$$

全散射系数可以通过对散射系数进行积分获得:

$$g^0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) d\theta \quad (10)$$

高斯型随机介质全散射系数为:

$$\begin{aligned}
 g_G^0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) d\theta \\
 &= \frac{k^2}{\pi} \int_0^{2k} P_G(k') \left[ 1 - \left( \frac{k'}{2k} \right)^2 \right]^{-1/2} dk' \\
 &= \pi \frac{\varepsilon^2}{a} (ka)^3 B_0 \left( \frac{(ka)^2}{2} \right) \exp \left( -\frac{(ka)^2}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{11}$$

$B_0$  是修正的第一类贝塞尔函数, 0 表示零阶。

指数型随机介质全散射系数为:

$$\begin{aligned}
 g_E^0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} k^3 \frac{4\pi a^2 \varepsilon^2}{\left( 1 + a^2 (2k \sin(\theta/2))^2 \right)^{3/2}} d\theta \\
 &= 2a^2 \varepsilon^2 k^3 \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left( 1 + a^2 (2k \sin(\theta/2))^2 \right)^{3/2}} d\theta
 \end{aligned} \tag{12}$$

归一化的Born散射系数, 即散射系数  $g(\theta, f)$  与前向散射系数  $g(0, f)$  的比  $g(\theta)/g(0)$ , 随着散射角度的变化如图 1 所示。对于高斯型随机介质和指数型随机介质, 当  $ka$  接近于 1 时, 不仅有前向散射还有背向散射, 即散射的能量在各个方向上都有分布。前向和背向散射都比较强的散射称为宽角散射。随着  $ka$  的增加, 散射的能量开始向前向集中, 当  $ka$  为 6 左右时, 散射的能量主要集中于前向  $20^\circ$  的范围内, 随着的继续增大, 散射的能量越来越向  $0^\circ$  集中。散射能量主要集中于前向的散射称为前向散射。比较高斯型随机介

质和指数型随机介质中散射系数随角度的变化, 可以观察到当  $ka$  相同时, 高斯随机介质散射能量相对更分散, 指数随机介质散射更倾向于前向散射。

### 1.3 蒙特卡洛模拟

一般采用蒙特卡洛模拟的方法来求解方程 (6)。Wegler和Yoshimoto详细介绍了蒙特卡洛模拟的算法<sup>[18-19]</sup>。蒙特卡洛方法求解辐射传输方程的基本思想是: 通过大量的粒子运动来描述能量的传输过程。首先, 在源的位置, 向任意方向发射大量的粒子, 每个粒子都代表一个单位能量, 粒子沿一定方向以速度  $v_0$  运动。然后, 当粒子运动到一定距离时会发生散射, 该运动距离是由散射自由程(全散射系数的倒数)来控制; 当发生散射时, 粒子的运动方向会发生改变, 散射角度是由归一化的Born散射系数  $g(\theta)/g(0)$  来确定。如果介质是多层的, 粒子运动到界面时, 在界面是发生反射还是透射是根据平均反射和透射能量系数来确定的。在粒子的运动过程中, 记录每个粒子的运动轨迹。最后, 统计在  $t$  时刻经过接收点  $R$  处的粒子数, 即可求得能量强度。

## 2 辐射传输蒙特卡洛数值模拟和波动方程有限差分模拟结果对比

本文分别选用两种随机介质模型: 高斯型随机模型

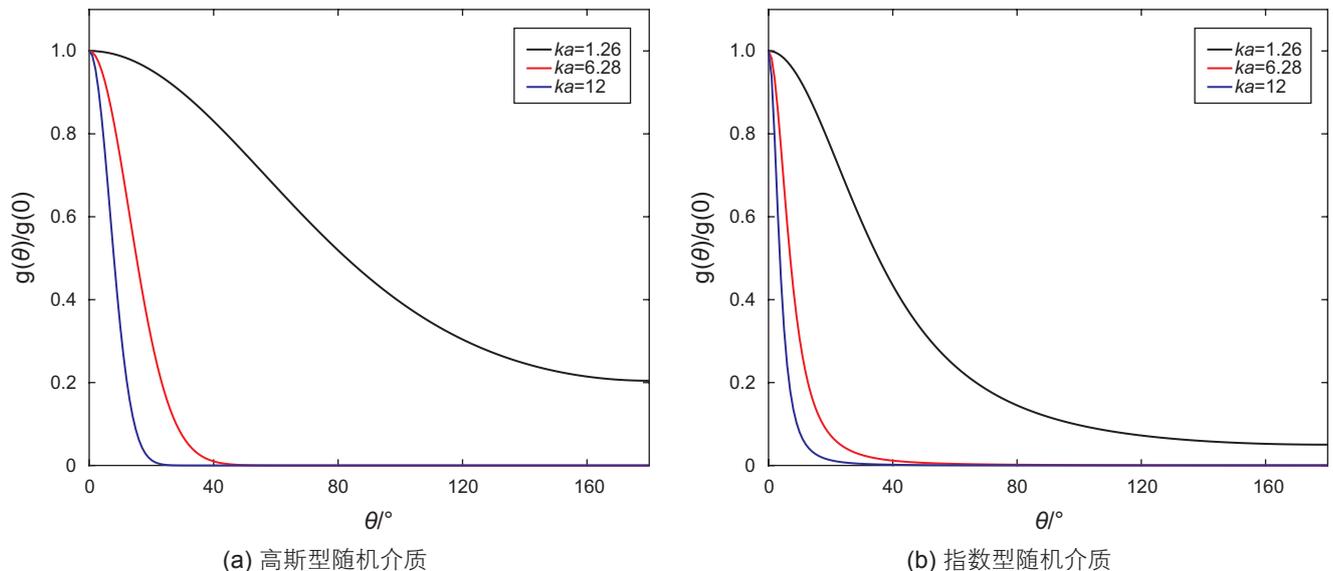


图 1 归一化的散射系数  $g(\theta)/g(0)$  随散射角  $\theta$  的变化

Fig. 1 The normalized scattering coefficient  $g(\theta)/g(0)$  varies with scattering angle  $\theta$

表 1 随机模型参数

Table 1 Parameters for random models

	高斯随机模型				指数随机模型			
	$\varepsilon/\%$	$a/\text{m}$	$v_0/(\text{m/s})$	$ka$	$\varepsilon/\%$	$a/\text{m}$	$v_0/(\text{m/s})$	$ka$
模型 1	5	20	3 000	1.26	5	20	3 000	1.26
模型 2	5	100	3 000	6.28	5	100	3 000	6.28
模型 3	15	20	3 000	1.26	15	20	3 000	1.26
模型 4	15	100	3 000	6.28	15	100	3 000	6.28

和指数型随机模型<sup>[25-29]</sup>。随机介质建模时,参数如表 1 所示,模型的背景速度 $v_0=3\ 000\ \text{m/s}$ , $\varepsilon$ 分别选 $\varepsilon=5\%$ 和 $\varepsilon=15\%$ ,非均质体特征长度分别选 20 m 和 100 m。随机模型的纵横尺寸分别为 8 000 m 和 8 000 m,中心放炮,空间采样间隔 $dx=dy=1\ \text{m}$ ,时间采样间隔为 $dt=0.1\ \text{ms}$ ,传播时间为 3 s,震源子波选用雷克子波,主频是 30 Hz。采用时间二阶和空间四阶交错网格差分格式来模拟随机非均匀介质中的地震波场,在模型上下左右都采用 PML 吸收边界条件。记录距离震源分别为 1 500 m 和 3 000 m 的圆上的地震波场,在每个圆上都设置 72 个等间距的接收点,如图 2 所示。

波动方程有限差分模拟的是应力场在空间时间上的变化,辐射传输蒙特卡洛模拟是能量在时间空间上的变化,为了将有限差分结果和辐射传输蒙特卡洛结果相比较,需要对有限差分模拟的地震波场求均方(MS)包络。求取均方包络的方法如下:对共炮检距道集的每一道求平方,再对所有道求和取平均,最后以某一时间窗口进行圆滑得到包络。另外,有限差分模拟时采用的震源是有一定延展时间的雷克子波,辐射传输蒙特卡洛模拟相当于震源是点脉冲震源,考虑到这点,还需要对辐射传输蒙特卡洛的结果进行处理:对雷克子波求其平方,然后将辐射传输蒙特卡洛的结果与雷克子波取平方的结果求卷积。最后,用均匀介质 1 500 m 处接收得到的包络对处理后的辐射传输蒙特卡洛结果和波动方程有限差分包络进行归一化。

图 3 是 $\varepsilon$ 为 5% 的高斯随机介质蒙特卡洛辐射传输蒙特卡洛的结果和波动方程有限差分结果对比图,左图是 $a=100\ \text{m}$ ,分别在 1 500 m 和 3 000 m 处接收到的结果,右图是 $a=20\ \text{m}$ ,分别在 1 500 m 和 3 000 m 处接收的结果。不论是宽角散射还是前向散射,辐射传输蒙特卡洛模拟结果和波动方程有限差分计算的结果都吻合的比较好;而且,辐射传输方法可以比较准确的描述初至时间、前面直达波包络的展宽现象以及后面尾波能量的变化。图 4 是 $\varepsilon$ 为 15% 的高斯随机介质辐

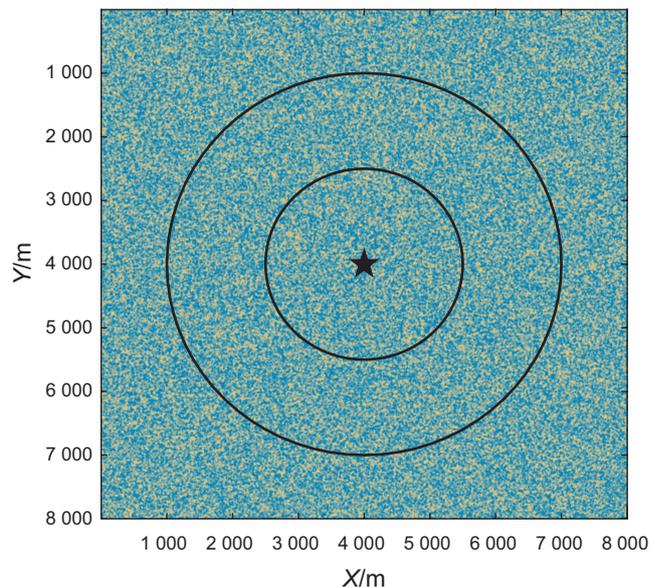


图 2 有限差分模型,纵横长度 8 000 × 8 000 m。源在中心位置,分别在距离震源 1 500 m 和 3 000 m 的圆上接收,每个圆上包含 72 个等间距的接收点

Fig. 2 A finite difference model with 8 000 m times 8 000 m grid. The source is located in the center and receivers are distributed along circles with radius 1 500 m and 3 000 m

射传输蒙特卡洛模拟结果和波动方程有限差分结果对比图。可以看到,辐射传输方法和声波有限差分方法得到的散射波的包络也基本吻合,只是前面部分有些许偏差。图 5 和图 6 是指数随机介质时,蒙特卡洛辐射传输结果和波动方程有限差分结果对比图,比较结果与高斯随机介质模型类似。

图 7 是 4 个指数随机模型(见表 1),分别在 1 500 m 处接收,采用辐射传输蒙特卡洛模拟和波动方程有限差分模拟用时的比较。可以看到,相比于宽角散射( $ka=1.26$ ),前向散射辐射( $ka=6.28$ )辐射传输蒙特卡洛模拟用时增加很多,这主要是由于当 $ka$ 比较大时,散射发生时散射角度主要集中在 $0^\circ$ ,我们采用取舍法来选择散射角度则会比较费时<sup>[19]</sup>。但是,无论是

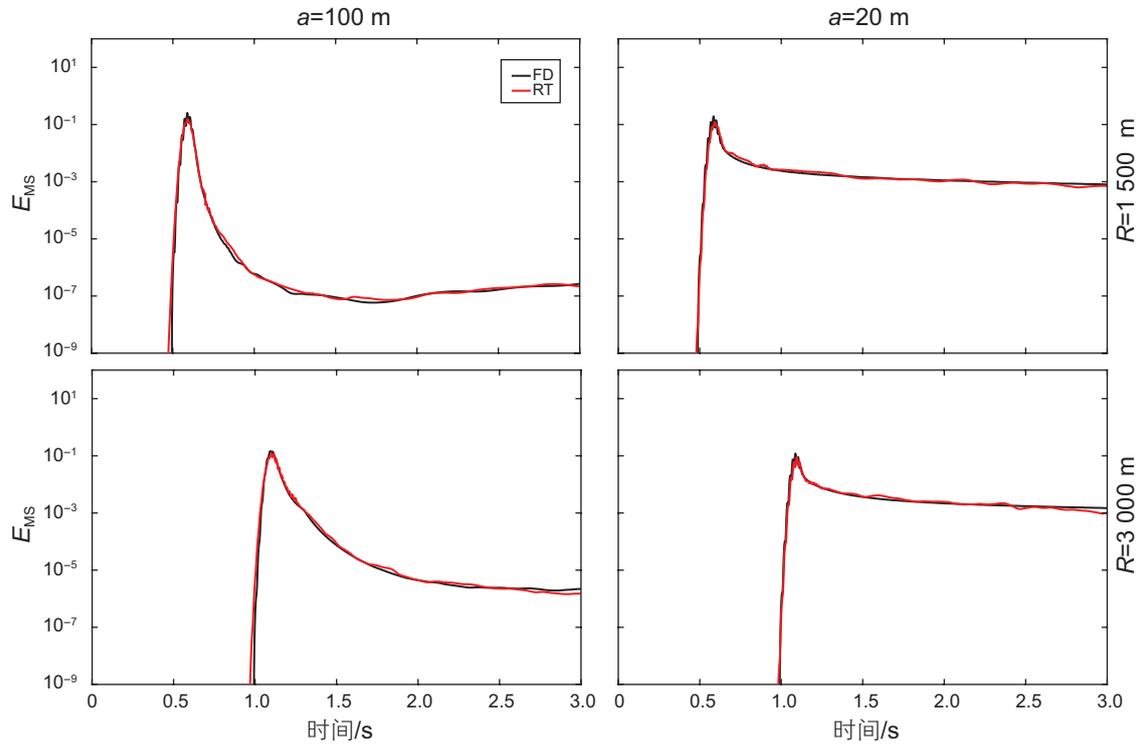


图3 高斯随机介质模型,不同参数取值时两种方法结果的对比。左图是  $\epsilon=5\%$ ,  $a=100\text{ m}$  分别在  $R=1\ 500\text{ m}$ (上图)和  $R=3\ 000\text{ m}$ (下图)接收时波动方程有限差分包络(黑线)和辐射传输结果(红线)的对比,右图是  $\epsilon=5\%$ ,  $a=20\text{ m}$  分别在  $R=1\ 500\text{ m}$ (上图)和  $R=3\ 000\text{ m}$ (下图)接收时波动方程有限差分包络(黑线)和辐射传输结果(红线)的对比

Fig. 3 Numerical solutions for 2-D equation of radiative transfer (red) in comparison to numerical solutions of the acoustic wave equation (black) for Gaussian random medium with standard deviation of velocity fluctuation  $\epsilon=5\%$ . Correlation distances of the random medium are  $a=100\text{ m}$  (left) and  $a=20\text{ m}$  (right). Source receiver distance are  $R=1\ 500\text{ m}$  (top) and  $R=3\ 000\text{ m}$  (bottom)

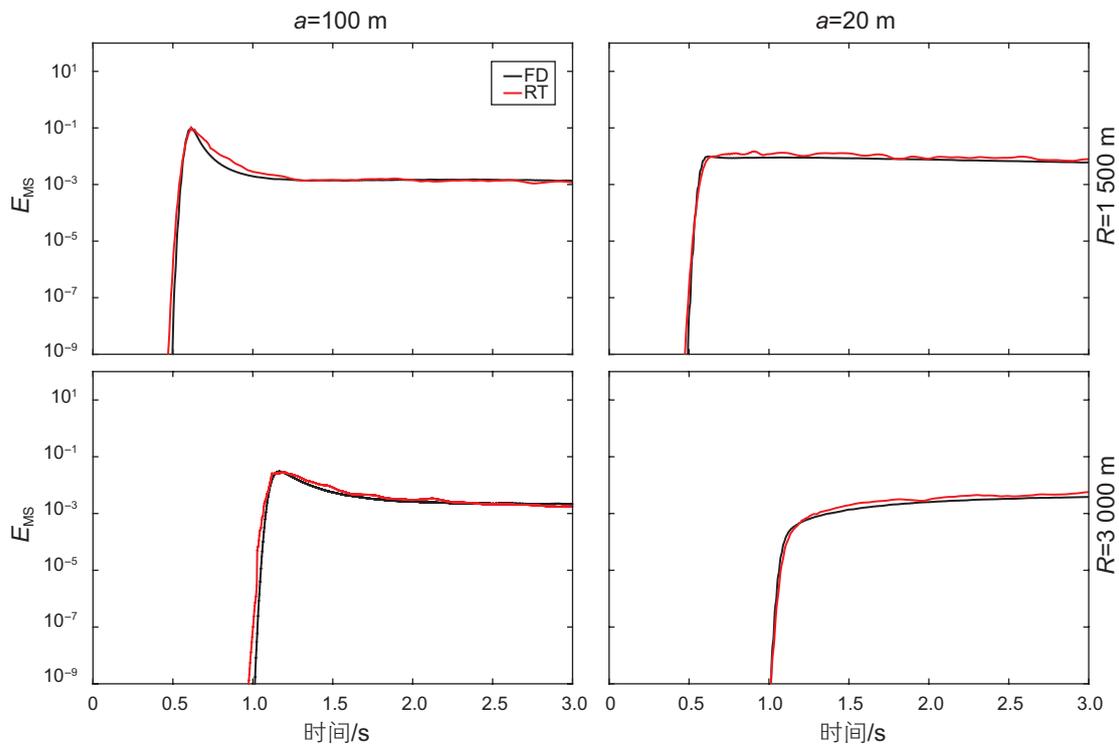


图4 高斯随机介质模型,  $\epsilon=15\%$ , 其它与图3类似

Fig. 4 Same as Fig. 3 for Gaussian random medium but with  $\epsilon=15\%$

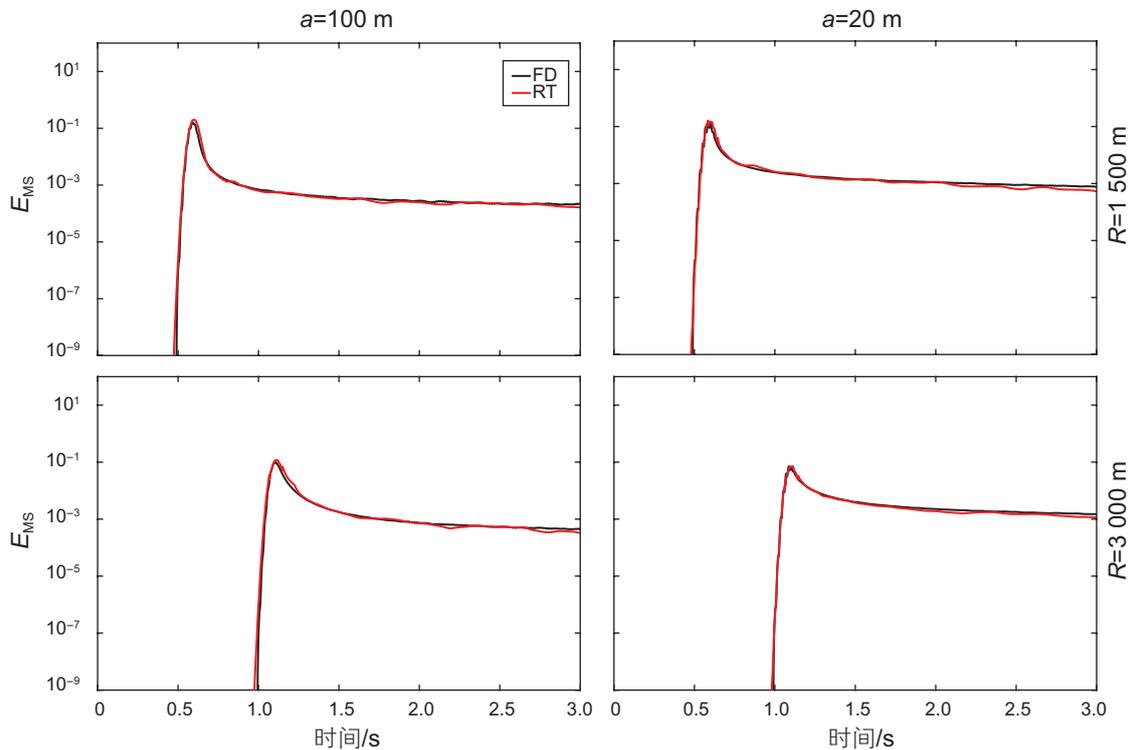


图5 指数介质模型, 不同参数取值时两种方法结果的对比。左图是  $\varepsilon=5\%$ ,  $a=100\text{ m}$  分别在  $R=1\,500\text{ m}$  和  $R=3\,000\text{ m}$  接收时波动方程有限差分包络 (黑色) 和辐射传输结果 (红色) 的对比, 右图是  $\varepsilon=5\%$ ,  $a=20\text{ m}$  分别在  $R=1\,500\text{ m}$  和  $R=3\,000\text{ m}$  接收时波动方程有限差分包络 (黑色) 和辐射传输结果 (红色) 的对比

Fig. 5 Numerical solutions for 2-D equation of radiative transfer (red) in comparison to numerical solution of the acoustic wave equation (black) for exponent random medium with standard deviation of velocity fluctuation  $\varepsilon=5\%$ . Correlation distances of the random medium are  $a=100\text{ m}$  (left) and  $a=20\text{ m}$  (right). Source receiver distance are  $R=1\,500\text{ m}$  (top) and  $R=3\,000\text{ m}$  (bottom).

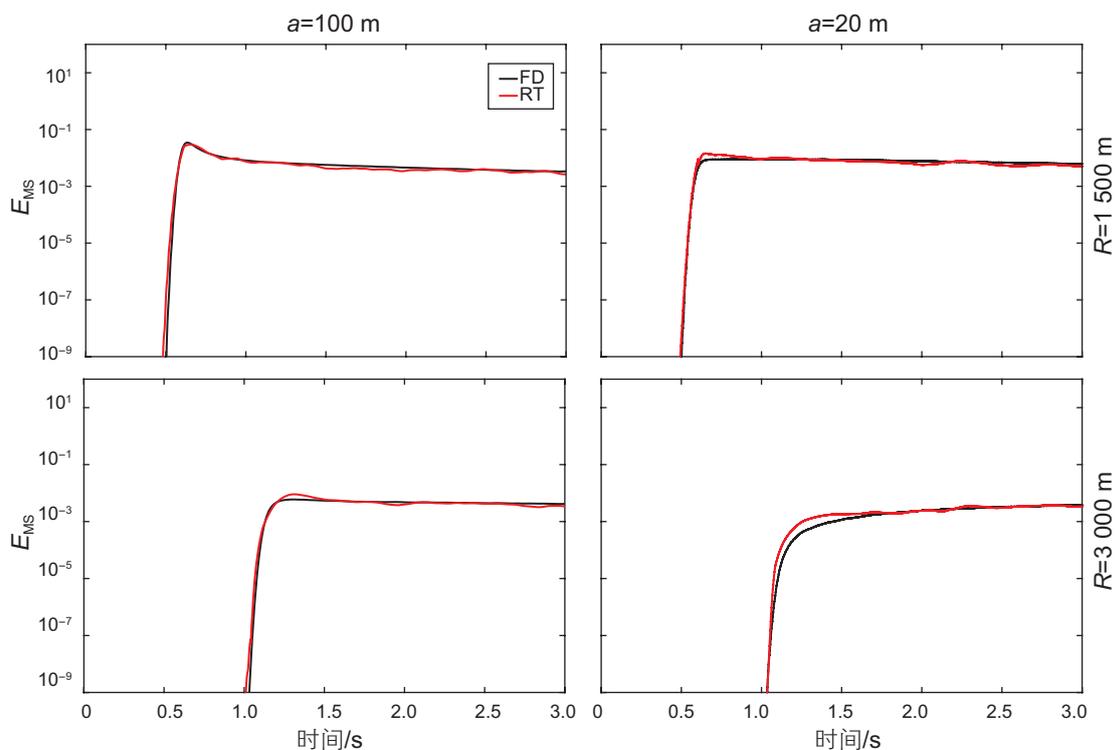


图6 指数随机介质模型,  $\varepsilon=15\%$ , 其它与图5类似

Fig. 6 Same as Fig. 5 for exponent random medium but with  $\varepsilon=15\%$

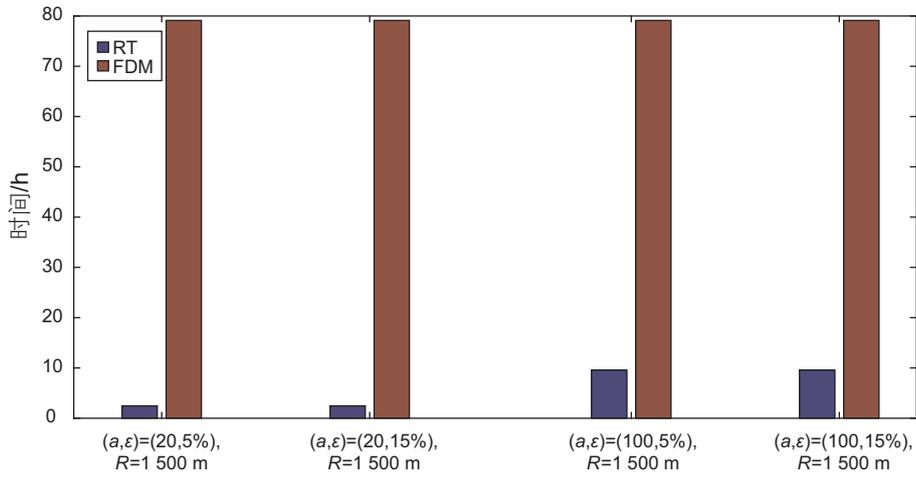


图 7 指数介质随机模型：模型 1、模型 2、模型 3 以及模型 4，分别在 1 500 m 处接收时，辐射传输模拟 (RT) 和波动方程有限差分模拟 (FDM) 用时比较，其中蒙特卡洛模拟时发射的震源粒子数为 1 000 000

Fig. 7 Times for 2-D equation of radiative transfer simulation (RT) in comparison to that for the acoustic wave equation finite difference method (FDM) for exponent random models (model 1, model 2, model 3 and model 4). The number of particles used in RT is 1 000 000

宽角散射还是前向散射情况，声波辐射传输蒙特卡洛模拟计算所需时间远小于随机介质声波方程有限差分数值模拟的计算所需时间。

### 3 随机介质统计参数的估计

从方程(6)可知，当已知地震子波和随机介质的平均速度时，穿过随机介质的地震散射波的能量只依赖于介质的统计参数：相关长度  $a$  和扰动强度  $\varepsilon$ 。因此，对采集到的地震散射数据，我们可以采用基于辐射传输方法的网格扫描方法，来估算随机介质的相关长度  $a$  和扰动强度  $\varepsilon$ 。首先，选定要用的随机模型的类型，例如高斯随机模型，给定不同的相关长度  $a$  和扰动强度  $\varepsilon$  的值(不同的随机模型)；然后，根据辐射传输蒙特卡洛方法来计算出不同模型时的地震波能量；最后，将辐射传输模拟的结果与采集到的地震波场的包络进行对比，找出与观测到的地震波场包络吻合最好时对应的模型，该模型的相关长度和扰动强度就是随机介质的统计参数的值。为了评价不同模型辐射传输蒙特卡洛模拟的结果与观测得到的地震波场包络的吻合程度，我们采用下面的公式：

$$\chi^2 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \log(RT_{r_j}(t_i)) - \log(Data_{r_j}(t_i)) \right)^2 \quad (13)$$

其中， $t_i$  是时间， $N$  是时间窗口的个数， $r_j$  表示第  $j$  个接收点， $RT$  是接收点个数。 $Data$  是辐射传输模拟的结果，是观测得到的地震波场的包络。

表 2 观测系统参数

Table 2 Parameters of seismic observation system

观测系统参数					
道间距	10 m	道数	41	最大偏移距	400 m
炮间距	10 m	炮数	50	最小偏移距	0 m

为了分析辐射传输蒙特卡洛模拟估算随机介质统计参数的准确与否，我们用从物理模型实验采集得到的地震数据来估算介质的统计参数，因为物理模型的基本参数是确定的。随机模型样品是选用玻璃珠和环氧树脂来制作，环氧树脂作为背景介质，玻璃珠作为非均质体，制作时玻璃珠随机的分布于环氧树脂中。随机模型样品与野外地质构造尺寸比为 1:5 000，即模型 1 mm 代表野外地质构造的 5 m；速度比为 1:1。玻璃珠的粒径为 6 mm(野外为 30 m)，速度为 4 300 m/s。随机模型样品是长方体，大小为  $50 \times 30 \times 5 \text{ cm}^3$ ，即野外随机介质大小为  $2 500 \times 1 500 \times 250 \text{ m}^3$ ，图 8b 是样品切面示意图。模型样品的平均速度为 3 426 m/s，平均密度为  $1.9 \text{ g/cm}^3$ 。在水槽中采集透射波场，如图 8a 所示，只沿样品中线采集一条测线，观测系统参数见表 2。震源子波主频大约是 250 kHz(野外为 50 Hz)。图 9 是第 41 炮原始地震记录，可以看到，不仅有直达的 P 波，P 波后面还有明显的 Coda 波。我们抽取共偏移距道集，根据前面介绍的方法，求取不同偏移距对应的地震波的包络，然后做总能量归一化处理，得到归一化的地震波包络，如图 9b 所示。

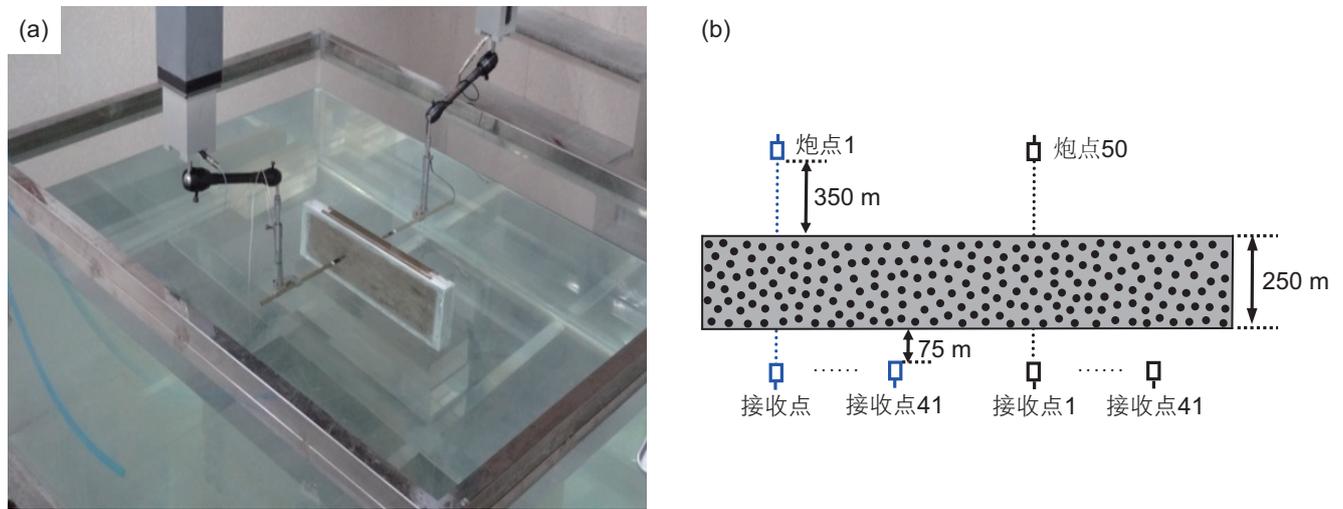


图8 物理模型实验示意图, (a) 透射波水槽采集照片; (b) 实验采集观测系统示意图  
 Fig. 8 An illustration of physical model experiments. (a) A photograph of the transmitted wave acquisition modelling system, (b) the transmitted wave experimental configuration

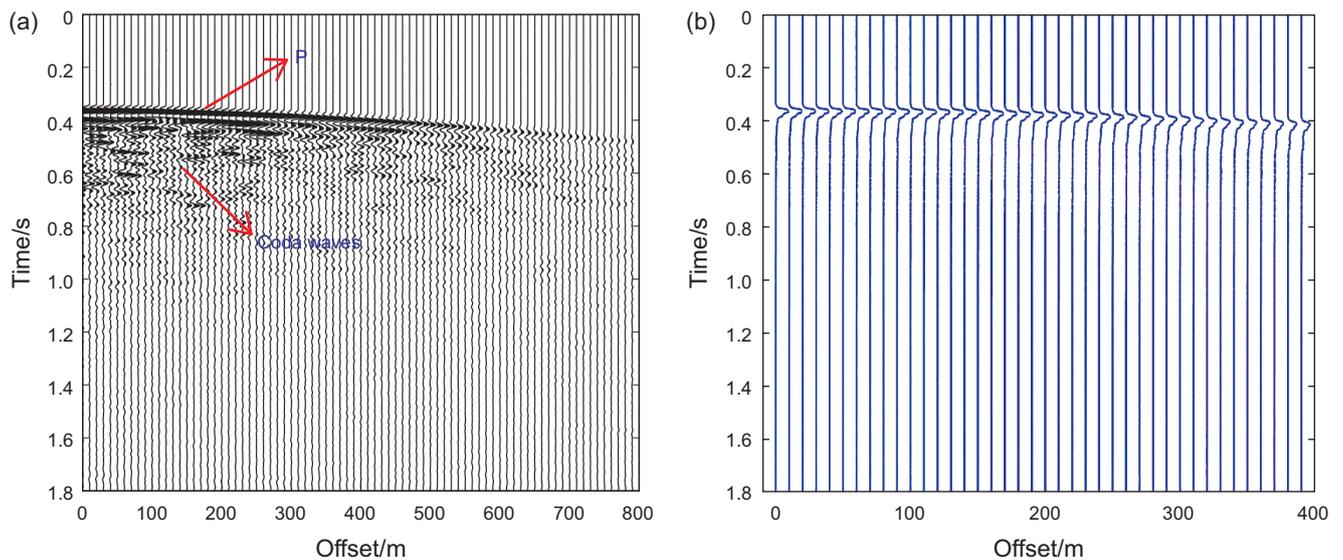


图9 (a) 第41炮原始地震记录, (b) 归一化的地震包络随偏移距的变化情况  
 Fig. 9 (a) The raw common shot gather (shot 41), (b) the normalized envelopes at different offsets

在进行辐射传输蒙特卡洛模拟时, 我们选用与物理模型实验一致的三层模型(图10), 上层和下层都是水, 中间层是非均匀介质。在地球物理中, 常用来描述非均匀介质的两种随机模型是高斯随机模型和指数随机模型; 相比而言, 高斯随机模型更加平滑, 其非均质体大小比较单一<sup>[20]</sup>。由于物理模型样品中的非均质体是玻璃珠, 而且粒径大小基本一样, 所以此处随机介质模型我们选用高斯随机模型。高斯随机模型从  $(a, \epsilon)=(5, 0.05)$  变到  $(a, \epsilon)=(40, 0.4)$ , 相关长度  $a$  以 2.5 m 的步长从 5 m 变到 40 m, 对于每一个相关长度  $a$ , 扰动强度  $\epsilon$  都以 0.025 的步长从 0.05 变到 0.4。对于这些

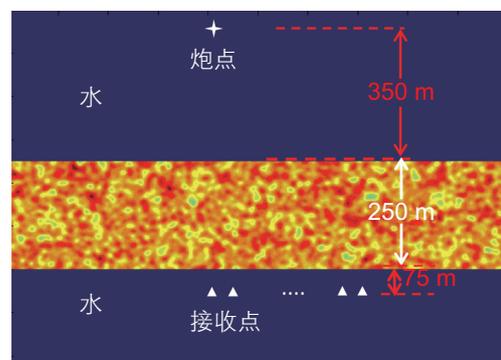


图10 三层模型以及观测系统示意图  
 Fig. 10 The three-layer model and acquisition configuration

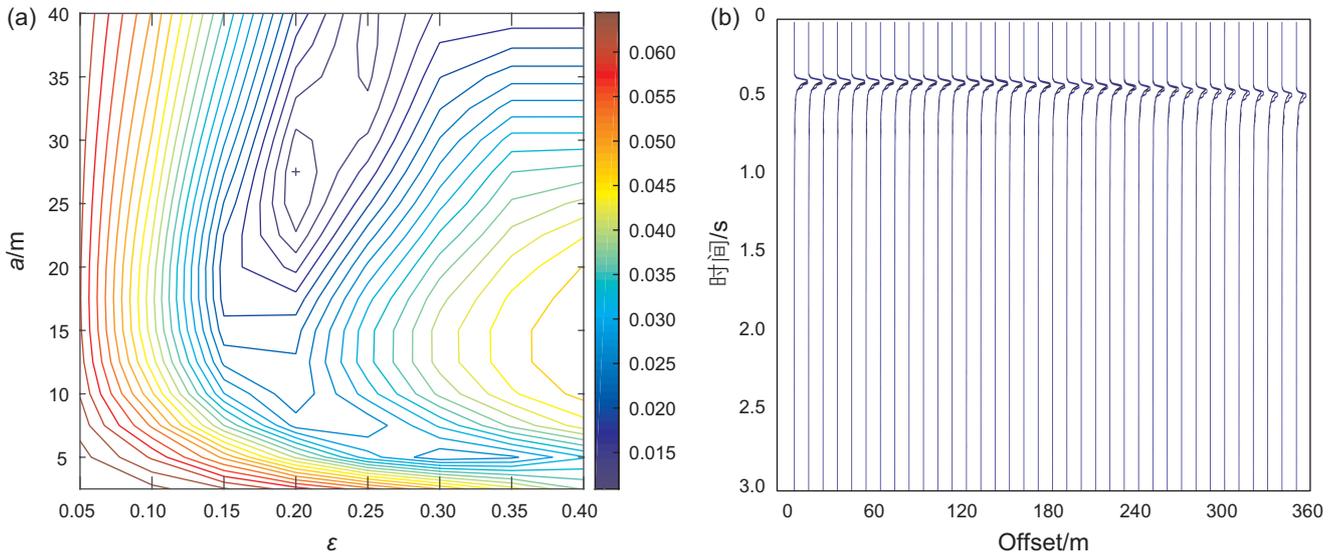


图 11 (a)  $\chi$  随  $(a, \epsilon)$  变化的等值线图, (b)  $(a, \epsilon)=(27.5, 20\%)$  对应模型的辐射传输模拟结果 (蓝色) 和实验采集地震波场包络 (黑色) 对比图  
 Fig. 11 (a) The contour plot of  $\chi$  as a function of  $(a, \epsilon)$ , (b) Comparisons between the RT results (blue line) with the envelopes computed from the observed data (black line)

不同的高斯随机模型, 分别采用辐射传输蒙特卡洛模拟计算不同偏移距处的地震波能量的情况, 炮点和接收点的相对位置于物理模型实验一致, 如图 10 所示。根据公式(13)求取不同模型下辐射传输蒙特卡洛模拟的结果与实验采集得到的地震波包络的偏差  $\chi$ , 图 11a 是  $\chi$  的等值线图, 可以看到当  $(a, \epsilon)=(27.5, 20\%)$  时, 偏差最小。在物理模型实验中, 随机模型玻璃珠粒径是 30 m, 我们通过辐射传输方法估算得到相关长度是 27.5 m, 考虑到相关长度是一个统计值, 可以说该结果是正确可信的; 模型样品的平均速度是 3 426 m/s, 玻璃珠的速度是 4 300 m/s, 速度变化强度大约是 25.5%, 估算得到的扰动强度为 20%, 两者也基本吻合。

### 4 结论

本文针对常用的高斯随机模型和指数随机模型,

分别采用基于 Born 散射系数的辐射传输蒙特卡洛方法模拟了宽角散射 ( $ka=1.26$ ) 和前向散射 ( $ka=6.28$ ) 两种情况下, 速度扰动标准差较小 ( $\epsilon=5\%$ ) 和较大 ( $\epsilon=15\%$ ) 时地震波能量的传输情况。将辐射传输蒙特卡洛计算的结果与声波方程有限差模拟的结果进行了对比, 两者吻合的比较好, 表明辐射传输蒙特卡洛数值模拟可以比较准确的描述随机介质中散射波的能量变化; 另外, 相比于声波方程有限差分数值模拟, 声波辐射传输蒙特卡洛模拟的计算成本远小于声波有限差分数值模拟的计算成本。因此, 对于复杂的非均质储层, 辐射传输蒙特卡洛模拟是一种有效的地震散射波能量建模方法。对物理模型实验观测到的地震散射数据, 采用基于辐射传输数模拟的网格扫描方法来估算随机介质的统计参数-相关长度和扰动强度。计算结果与物理模型的真实值吻合较好, 说明辐射传输蒙特卡洛模拟方法可以用来估算随机介质的统计参数。

### 参考文献

[1] 奚先, 姚姚, 顾汉明. 随机溶洞介质模型及其波场模拟[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(2), 365-369. [XI X, YAO Y, GU H M. Random cavity medium model and the wave field simulation[J]. Progress In Geophysics, 2005, 20(2), 365-369.]  
 [2] ALMEIDA J A. Stochastic simulation methods for characterization of lithoclasses in carbonate eservoirs[J]. Earth Science Reviews, 2010, 101: 250-270.  
 [3] KUZNETSOVA A, ALMEIDA J A, LEGOINHA P. Stochastic simulation of the morphology of fluvial sand channel reservoirs[C]. Mathematics of Planet Earth. Berlin: Springer-Verlag, 2014: 689-693.  
 [4] AKI K. Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves[J]. Journal of Geophysical Research, 1969, 74(2): 615-

- 631.
- [5] AKI K, CHOUET B. Origin of coda waves: source, attenuation, and scattering effects[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1975, 80: 3322–3342.
- [6] MICHAEL A H, SHEARER P M, EARLE P S. Seismic evidence for small-scale heterogeneity throughout the Earth's mantle[J]. *Nature*, 1997, 387: 145–150.
- [7] MARGERIN L G, NOLET G. Multiple scattering of high-frequency seismic waves in the deep Earth: PKP precursor analysis and inversion for mantle granularity[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2003, 108(B11): 2514–2529.
- [8] VIDALE J E, EARLE P S. Fine-scale heterogeneity in the Earth's inner core[J]. *Nature*, 2000, 404: 273–275.
- [9] 王勤彩, 陈章立, ASANO Y 等. 利用尾波包络线反演方法研究伽师强震群区地壳的非均匀结构[J]. *地球物理学报*, 2009, 52(1): 90–98. [WANG C Q, CHEN L Z, ASANO Y, et al. Imaging crustal heterogeneity in Jiashi strong earthquake swarm region by coda envelope inversion analysis[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009, 52(1): 90–98.]
- [10] FEHLER M, SATO H, HUANG L J. Envelope broadening of outgoing waves in 2-D random media: A comparison between the Markov approximation and numerical simulation[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2000, 90(4): 914–928.
- [11] MARGERIN L, CAMPILLO M, TIGGELEN B A. Radiative transfer and diffusion of waves in a layered medium: New insight into coda Q[J]. *Geophysical Journal International*, 1998, 134(2): 596–612.
- [12] WEGLER U. Diffusion of seismic waves in a thick layer: Theory and application to Vesuvius volcano[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2004, 109(B7): B07303.
- [13] SATO H. Broadening of seismogram envelopes in the randomly inhomogeneous lithosphere based on the parabolic approximation: Southeastern Honshu, Japan[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1989, 94(B12): 17735–17747.
- [14] HOSHIBA M. Simulation of multiple scattered coda wave excitation based on the energy conservation law[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1991, 67(1–2): 123–136.
- [15] ZENG Y, SU F, AKI K. Scattering wave energy propagation in a random isotropic scattering medium-I theory[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1991, 96(B1): 607–619.
- [16] GUSEV A A, ABUBAKIROV I R. Simulated envelopes of non-isotropically scattered body waves as compared to observed ones: Another manifestation of fractal heterogeneity[J]. *Geophysical Journal International*, 1996, 127(1): 49–60.
- [17] HOSHIBA M. Estimation of non-isotropic scattering in western Japan using coda wave envelopes' application of a multiple non-isotropic scattering model[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1995, 100(B1): 645–657.
- [18] YOSHIMOTO K. Monte Carlo simulation of seismogram envelopes in scattering media[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2000, 105(B3): 6453–6161.
- [19] WEGLER U, KORN M, PRZYBILLA J. Modeling full seismogram envelopes using radiative transfer theory with born scattering coefficients[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 2006, 163(2): 503–531.
- [20] SATO H, FEHLER M, Maeda T. *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2012.
- [21] BURRIDGE R, PAPANICOLAOU G C. Transport equations for Stokes' parameters from Maxwell's equations in a random medium[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1975, 16: 2074–2085.
- [22] RYTOV S M, KRAVTSOV Y A, TATARSKII V I. *Principles of statistical radiophysics 4—Wave propagation through random media*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1987.
- [23] WEAVER R L. Diffusivity of ultrasound in polycrystals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1990, 38(1): 55–86.
- [24] RYZHIK L V, PAPANICOLAOU G C, KELLER J B. Transport equation for elastic and other waves in random medium[J]. *Wave Motion*, 1996, 24(4): 327–362.
- [25] 奚先, 姚姚. 二维随机介质及波动方程正演模拟[J]. *石油地球物理勘探*, 2001, 36(5): 546–552. [XI X, YAO Y. 2-D random media and wave equation forward modeling[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2001, 36(5): 546–552.]
- [26] 奚先, 姚姚. 二维横各向同性弹性随机介质中的波场特征[J]. *地球物理学进展*, 2004, 19(4): 924–932. [XI X, YAO Y. The wave field characteristics of 2-D transversely isotropic elastic random medium[J]. *Progress in Geophysics*, 2004, 19(4): 924–932.]
- [27] 刘永霞, 徐春明, 宁俊瑞. 不同模式自组织介质中声波传播特性的比较研究[J]. *地球物理学报*, 2007, 50(3): 830–836. [LIU Y X, XU C M, NING J R. Comparison of acoustic propagation in several different types self-organized media[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2007, 50(3): 830–836.]
- [28] 郭乃川, 王尚旭, 董春晖, 等. 地震勘探中小尺度非均匀性的描述及长波长理论[J]. *地球物理学报*, 2012, 55(7): 2385–2401. [GUO N C, WANG S X, DONG C H, et al. Description of small scale inhomogeneities in seismic prospecting and long-wavelength theory[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2012, 55(7): 2385–2401.]
- [29] 范小平, 杨从杰, 李清河. 介质非均匀性参数对散射包络的影响[J]. *地球物理学进展*, 2013, 28(2): 0687–0694. [FAN X P, YANG C J, LI Q H. The effect of inhomogeneity parameters on scattering wave envelopes[J]. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(2): 0687–0694.]

## Monte-Carlo radiative transfer simulation of acoustic waves in two-dimensional random media and its application

MENG Xiangcui<sup>1,2</sup>, WANG Shangxu<sup>1,2</sup>, TANG Genyang<sup>1,2</sup>, LIU Zhiyuan<sup>3</sup>

*1 CNPC Key Lab of Geophysical exploration, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China*

*2 State Key Laboratory of Petroleum Resource and Prospecting, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China*

*3 Sinopec Petroleum Exploration and Production Research Institute, Beijing 100083, China*

**Abstract** In order to describe seismic energy transport in exploration fields full of small-scale heterogeneities, the acoustic radiative transfer theory in seismology is introduced into frequency zones of seismic exploration. In this paper, the acoustic radiative transfer theory based on Born scattering coefficients in 2-D random media are given, and the Monte-Carlo simulation is briefly presented to solve the radiative transfer equation. In order to verify the radiative transfer method, Monte-Carlo solutions of the radiative transfer equation are compared with finite difference solutions of the acoustic wave equation, and we find a good coincidence of the two theories. Meanwhile, the Monte-Carlo radiative transfer simulation costs less time than the finite difference simulation of acoustic wave equations. Thus, it is a good option to apply Monte-Carlo radiative transfer simulation to model the energy transport of seismic scattering waves in complex heterogeneous reservoirs. Furthermore, we use a grid search procedure based on Monte-Carlo radiative transfer simulation to infer the stochastic parameters - the correlation length and the fluctuation strength from the observed seismic scattering data acquired in the physical experiment. The estimated results agree with the true values of the physical sample, which indicate that the Monte-Carlo radiative transfer simulation can be used to invert the stochastic parameters of heterogeneous reservoirs.

**Keywords** Born scattering coefficient; random medium; radiative transfer theory; Monte-Carlo simulation

**doi:** 10.3969/j.issn.2096-1693.2017.02.019

(编辑 付娟娟)